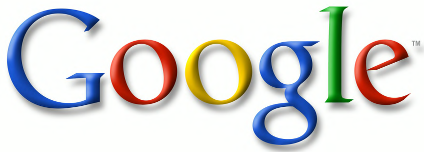
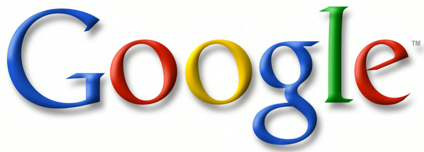
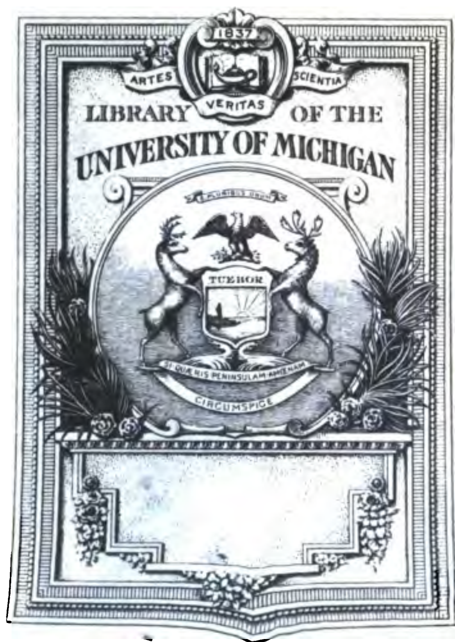





1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

[redacted]

93

DE SES EERSTE BOEKEN DER BEGINSELEN VAN EUCLIDES

Op een korte en klare manier
GEDEMONSTREERT
DOOR

HENRICK COETS,
Lector in de MATHESIS te LEYDEN.

Met eene Voorreden, en eenige Aanmerkingen
verrykt, door
WILHELMUS LA BORDUS.

Den derden Druck, veel Verandert en Verbeetert.



Te LEYDEN
By SAMUEL LUCHTMANS, 1740.
Ordinaris Stads Drukker.

VOOR-REDEN

AAN DE

Gunſtige Liefhebbers der

WISKONST.



Lſo ik oordele, dat die, welke ſig eenmaal hebben overgegeven tot de onderwyſinge van de Jeugt, altyt ſorge behoren te dragen, dat de Leerlingen nooyt eenig gebrek hebben aan ſtoffe, om ſig daar in te konnen oeffenen, tot klaarder begrip van 't gene haar in het openbaar wordt voorgedragen, ſoude ik myn pligt vergeten, indien ik het gebrek van duytſche Exemplaren van de ſes Eerſte boeken van Euclides, op het beleeft verſoeck van den Drukker niet wederom vervulde: Waarom ik dan, om aan het eene en het andere te voldoen, ſeer gaarne de moeyte hebbe willen op my nemen, van deſe nieuwe Druck te vervaardigen: waarin ik niet alleen alle mogelyke vlydt hebbe aange-

werdt, om de ingeslope fouten van de vorige Editie te verbeteren; maar ook om vele propositien, die aldaar door een ontkennende manier van Demonstreeren bewesen waaren, hier door een natuerlyke en stellende Demonstratie te bewysen: Behalven dat ik de Demonstratie van vele Corollarien en gevolgen van Propositien hier hebbe bygevoegt, die in de vorige Editie ontbraken: Gelyk ik ook meyne, dat het niet sonder nuttigheyt is, te seggen, dat ik eenige Propositien met geheele nieuwe Demonstratien hebbe bewesen; die by geene andere Uytleggers van Euclides gevonden worden.

Dit is het, dat ik voor af hebbe willen te kennen geven, of het misschien de Lust van de Leerlingen mogte vermeerderen; welkers vordering en aanwas in kennisse der gronden van de Wiskonst myn eenig oogmerk is.

VOOR-AFSPRAAK.



Choon Euclides beginselen van de allerbeste Wiskunstenaars voor veele Eeuwen, gehouden zyn voor een Pronkstuk, daar de Nydt, noch Onkunde geen vatten op vondt, heeft men echter noch eenigen gevonden die uit onkunde, en verwaantheit dezen grooten Man en zyne werken besprongen hebben, waanende dat zyne Order niet goedt, zyne bewyzen te lang en lastig waaren.

Waarom dan eenigen begonnen hebben, zyne bewyzen te veranderen en zoo zy zeyden te verlichten. Andere hier noch niet mede vergenoegt, smeeten dit kostelyk gebouw geheel en al omverre, behoudende wel zyne voorstellen, maar schikkende die in eene gansch andere order die hun beter dacht te zyn dan die van onzen Euclides.

Meer dan zestien Eeuwen bleef onze groote Man onaangevochten, tot dat naa verloop zoo veeler onnadenkelyke tyden, Petrus Ramus *in Vrankryk opstondt, die veel te vitten wist op de Order die Euclides in zyne beginselen hieldt. Vooral hadde hy het gelaaden op het vyfde Boek, en ziende, dat dit schier geheel op de zesde, of hy andere de*

vyfde Definitie steunde, viel als met de Borst maar op, en meende te toonen dat die geene Definitie waare, maar wel eene Eigenschap van vier Evenredige grootheden, en beschuldigde Euclides *dat hy niet wist wat eene Definitie waare, waanende dat tot eene Definitie, geene Eigenschap der zaak behoorde.*

Men magh waarlyk wel zeggen, hy maakt met zyn veel weeten, dat hy niets met allen weet. *Kan men wel eene goede Definitie eener zaak geeven, die geene Eigenschap dier zaake in zich begrypt?*

Wie heeft dit berispt, dat men eenen Cirkel beschryve te zyn, eene platte vlakte, omringt met eene kromme linien, tot welke alle de rechte linien uit een punt in die vlakte getrokken gelyk zyn? Nochtans is dit eene Eigenschaps des Cirkels. Waarom moet dan deze zelfde Definitie des vyfden Boeks niet van eene Eigenschap ontleent zyn? waarom geeven Ramus *en zyne volgers dan mede in de beschryving der Eevenredigen, ons mede eene Eigenschap, in plaatse eener Definitie.*

Wy zouden dezen Misslag wel verder aantoonen, indien wy niet wisten dat de groote Barrow *in zyne geleerde lessen dit breedvoerig gedaan hadde.*

Schoon nu onze groote Euclides door Barrow *zoo voortreffelyk beschermt is, heeft*

men

heeft echter gezien dat de Fransche Wiskundigen, genoegzaam alle, de schikking van Euclides verworpen, en eene Nieuwe gesmeedt hebben; hoe gelukkig, of ongelukkig laate ik anderen oordeelen.

Duitschlant schynt, gelyk in Fransche Modens meer gebeurt dit mede te volgen, gelyk dat de Fama kunner geleerden in zyne bezaemde werken volkomen aantoont.

Ons Nederlant, laat zich mede ongevoelig met dien stroom weghsleepen, gelyk men in een gedrukt boek vint, „ Het is ons gelukt, een kortere, en betere Methode uit„ tevinden dan die van Euclides.

Echter is het by ons noch zoo niet verloopen, dat alle ons Wiskunstenaars van die gedachten zyn.

De twee grootste Mannen die wy hebben, of gehadt hebben, zyn van andere gedachten; en ik zoude my wel wachten, dit slagh van zaaken hier zoo onbeschroomt voor te stellen, indien ik niet verzekert waare dat hunne toestemming my hier voor Beukelaar verstrekken moghte.

Schoon ik hier zoo voor de Methode van Euclides pleite, moet men niet denken dat ik dien grooten Meetkunste naar, uit zucht en eerbiedt voor de Oudtheidt dus verdadige, maar alleen uit overtuiging zyner onver-

 beter-

beterlyke, en zuivere Bewysredenen welke ik de ziel der Wiskonst achte, en die my ten allen tyden geschenen hebben als de eenige wegh om onze ziel tot het zuivere begryp der denkbeeldige Wiskonst te brengen.

Echter wil ik niet ontveinzen dat sommige bewyzen van Euclides *voor eerst beginnende wat moeielyk zyn, door dat men van der jeugt niet gewoon is met zoo veel nauwe gezetheit de zaken van welken wy oordeelen willen te onderzoeken.*

Dus is het niet af te keuren, dat sommige wiskunstenaars door ondervinding geleert hebbende hoe moeilyk het is, jonge, en eerst beginnende, aanstonds met die allerzuiverste bewysmanieren van Euclides *te bezwaaren, op dat de aanvang dezer leerwyze hen niet afschrikke en doe wanhoopen, zich beyvligt hebben om ten dienste dezer Leerlingen, eene schikking te maaken, die, hoewel zoo naaukeurig niet, echter bequaam, tot hun aanleiding tot deze Heerlyke Weetenschap te geeven.*

Onder dezen tellen wy mede den Heere Hendrik Coets, *in zyn leeven Lector in de Wiskunst hier te Leyden.*

De voortreflyke Boekhandelaar S. Luchtmans, *willende eene derde uitgaave van de zes eerste Boeken van Euclides door* H. Coets

Coets *gedemonstreert uitgeeven, verzocht my onlangs dat ik de moeite wilde neemen, om hier of daar dit Boekje met eenige korte Aanmerkingen te verryken.*

Ik waare in den beginne geheel niet gezint zulks te doen: Doch overweegende dat 'er in het Nederduitsch, gebrek aan zulk een slach van Boeken is; als weetende geene anderen dan de zes Eerste Boeken door J. P. Dou, *die van* Verrooten, *van* Claas Jans Voogt *over de vyftien Boeken, en eindelyk* Warius *vertaalde* Barrow, *welke alle, voornaamentlyk* Verrooten *en* Warius *de strenge order van* Euclides *volgende, tot het oogmerk der Eerst beginnende met zoo dienstig zyn als dat van* Coets, *ben ik te raade geworden des Boekhandelaars versoek in te willigen, en deze moeite zonder Eere, op my te neemen. Echter hebbe ik geene aanmerkingen gestelt op Propositien gelyk* Coets *'er veele heeft die op den gemeenen trant bewesen zyn: Maar wel op zulke die niet alle de deelen der Propositien bevatten; of wel op sulke die Hy niet dan door onbewesene onderstellingen bewyst.*

Het vyfde Boek dat Hy geheel Arithmetisch verhandelt, in welke Hy besondere gevallen voor algemeene bewysen opgeeft, hebbe

VOOR-AFSPRAAK.

hebbe ik met Letteren van het A, B, C. *Algemeen gemaakt.*

Myn oogmerk is in 't gemeen hier mede geweest, den aanvangeren dienst te doen, en geensins de ontegenspreekelyke bewysen van Euclides, *die ik altydt Hoogschatte, te verwerpen.*

Leyden den 15 Maart 1746.

WILHELMUS LA BORDUS,
Lector der Wiskunde, in de
Universiteit te Leyden.

D E.

DEFINITIEN OF BEPALINGEN.

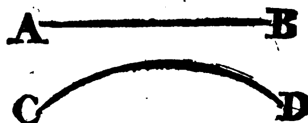
1. *Een punct is, dat geen delen heeft.*



EWIJL al wat in de Wereld gevonden word, of lighamelijk is of onlighaemelijk, en de Wiskonst van gene onlighamelijke dingen handeld; so volgt klaer: dat sodanig een punct in der daad niet te vinden is, als hier bepaeld word, dewijl het selve lighamelijk zijnde, driederley uytgestrektheyt heeft, namelijk in langte, breette en diepte; en daerom ook nootsaekelijke deelen bevat: Want hoe kleyn wy ook een punct verbeelden, konnen wy altijt in onse gedagten eenige deelen in het selve onderscheyden; te weten, het regter gedeelte van het slinkere; het bovenste van het benedenste.

Maer so wy van sodanig een punct in onse gedagten die driederley uytgestrektheyt afsonderen, en deselve als voorby siende niet betragten, so sullen wy ons een Mathematisch of Wiskonstig punct verbeelden; welkers afteekeninge door het indrukken van een seer scherpe Naelde op een vlak enigsints kan vertoont worden; waer in ons gesigt wegens desselfs kleynheyt niet kan onderscheyden, welke van de drie uytgestrektheden de grootste zy; te weten, of de langte, of de breette, of de diepte.

2. *Een linie is een langte ſonder breette.*



Gelijk in der daet geen punct te vinden is, dat geheel geen uytgeſtrektheyt heeft, ſoo is'er ook waerlijk geen linie, die alleen maer een langte heeft ſonder breette of diepte: waerom het wederom nodig is, dat wy door affonderinge in onſe gedagten alleen maer agt geven op eene uytgeſtrektheyt; namentlijk in langte, de twe andere in breette en diepte voorby gaende: gelijk wy ſulks dagelijks beſpeuren in het gebruyk van een elle, welkers gebruyk alleen beſtaet in ſijn lengte, ſonder dat men op ſijn dikte of dunheyt de minſte agt geeft.

De oorſpronk van een linie kan men begrijpen, als wy ons verbeelden dat een punct op ſeekere plaets geſtelt zijnde, van daer nae een andere plaets bewogen word, ſodanig dat het een ſichtbaer teeken van die beweginge overlaet; ſo ſal deſe afteekeninge ons een linie vertoonen.

Om dat nu het ſelve punct of door een rechte weg kan bewogen worden, of door een kromme, gelijk wy ſien in de linien A B C D, blijkt datelijk de verdeelinge van de linie in een regte en kromme linie.

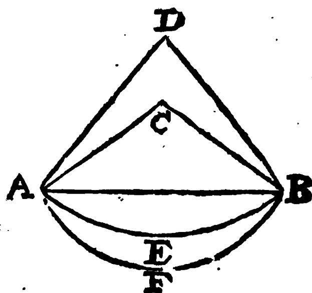
3. De

3. *De uyterste eynden van een linie zijn punten.*

4. *Een regte linie is, die gelijk tusschen sijne uyterste punten legt.*

Of met Archimedes.

De kortste van alle de linien, die van een punct tot een ander punct konnen getrokken worden. (*a*)



Op welke definitie van Archimedes kan aengemerkt worden.

1. Dewijl de regte linie AB is de kleynste van alle, die van A tot B getrokken konnen worden, dat niet alleen de kromme linien AEB, AFB; maer ook de geknikte of gebroke linien ACB, ADB, nootsakelijk groter moeten sijn als de kortste of kleynste AB. So dat sig hier datelijk openbaert de 20ste propositie van het I. Boek.

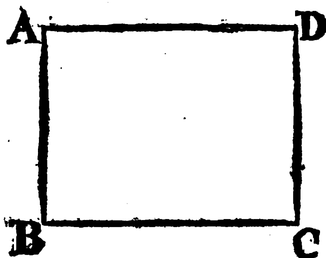
2. Dat

(*a*) Zie onse Aanmerking by de 20 Propositie van het 1ste Boek.

2. Dat de buytenste linien ADB, AFB, die van de kleynste AB verder afwijken als in de inwendige ACB, AEB, ook groter sijn als dese; om dat sy door een langer weg getrocken sijn eer sy van A tot B raken, als de twee inwendige ACB, AEB, uyt welke aenmerkinge het Eerste deel van de 21ste Propositie des I. Boeks sijn oorspronk neemt.

Uyt het tegendeel van dese Definitien blijkt ligtelijk de natuer van een kromme linie.

5. *Een superficies of Vlak is dat alleen langte en breette heeft.*



Gelijk geen punct te vinden is, dat niet eene uytgestrektheyt heeft; als ook geen linie, die maer eene heeft; also is'er ook geen Vlak dat maer twe afmetingen heeft in langte en breette, sonder diepte; die daerom in onse gedagten wederom moet worden afgesondert; en in het lighaem niet aengemerkt word.

De oorspronk ende voortkomst van dese Superficies kan men sig op dese manier verbeelden.

Indien wy stellen dat het punct A nae beneden bewogen zijnde de rechte linie AB beschreven heeft: en dat daer na die selfde linie AB bewogen word nae de regter hand, tot dat sy komt aen DC. So sal blijken dat het punct A beschreven heeft de linie AD, en het punct B de linie BC; gelijk ook alle de middel-puncten van de linie AB, hare linien; so dat uyt sodanige beweginge van de linie AB voortgekomen is de Superficies ABCD.

6. *De uyterste eynden van een Superficies of Vlak sijn linien.*

Gelijk sulks ligtelijk is af te nemen uyt 't gene so even van de oorspronk der Superficies geseyt is.

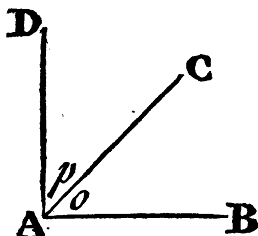
Op de selfde manier als wy te voren van de linie gesegt hebben, dat die regt of krom is, nae dat een punct door een regte of kromme weg bewogen word; so is ook de Superficies plat of krom, nae dat een linie, door een regte of kromme weg bewogen word.

7. *Platte of effen Superficies is, die gelijk legt tusschen sijne uyterste linien.*

't geen te voren van de regte linie gesegt is, kan hier ook toe gepast worden: Hier uyt is ligtelijk af te nemen wat een kromme Superficies is; te weten, door het tegendeel van dese bepalinge.

8. *Een platte of vlakken hoek is een neyginge*

ge nae malkanderen van twe linien, die op 't ſelfſte vlak malkanderen aen raeken, en niet in een rechte linie leggen.



Om een vlakken hoek te maken, worden deſe twe dingen vereyſcht.

1. Dat twe linien malkanderen aenraken.

2. Dat ſy niet in een regte linie leggen, maer dat de eene nae de andere toe neygt.

Welke beyde in den hoek C A B te vinden zijn, alwaer de twe linien A C A B in het punct A malkanderen aenraken, en niet in een regte linie leggende, tot malkanderen eene neyginge hebben.

Niet minder of meerder linien als twe worden vereyſcht om deſen hoek te maken.

Niet minder: om dat eene linie geen hoek kan maken: en ſo deſelve al in twe linien gedeylt wierde, ſo ſullen die in een regte linie leggen: dat ſtrijd tegen het tweede dat vereyſcht is.

Niet

Niet meerder: om dat, indien de derde linie met de twe andere AC AB op een selfde vlak is, zy geen eene maer twe hoekken sal maken, namentlijk DAC. CAB. Maer so zy buyten het vlak van de twe andere is, sal zy met de selfde geen vlakken maer een lighamelijken hoek maken, welken Euclides in sijn elfde boek bepaelt.

Om dat nu volgens 't geseyde de eygenschap van een vlakken hoek, bestaet in een neyginge van twe linien tot malkanderen, kan men ligt bemerken dat de grootheyt of kleynheyt van een hoek niet afhangt van een grooter of kleynder langte der linien, die desen hoek maken, maer alleenlijk aen een meerder of minder neyginge toe te schrijven is; dewijl twe langer linien deselve neyginge tot malkanderen konnen hebben met twe korter linien, sonder de minste veranderinge in de grootheyt van den hoek te maken. *(a)*

Staet wijders aen te merken dat de Wiskonstenaers tot het noemen van een hoek drie letters gebruyken, welkers middelste het punct beteekent in het welke de twe linien, die den hoek maken, te samen lopen. Om te noemen den hoek die in het punct A van de twe linien AC. AB gemaekt wort, schrijft of segt men den hoek CAB: Of

(*a*) Dit wil zeggen dat, de linien die den Hoek maaken tot in het oneindig moeten begrepen worden, schoon zy maar ten deele voor het Ooge zichtbaar getekent zyn.

Of van de andere kant den hoek D A C, is die in het punct A van de twe linien AD. AC. gemaekt is.

Maer kortheyts halve en om klaerder te zijn, hebbe ik dikwils in plaets van drie letteren te gebruyken, maer eene tusschen de twe zijden van een hoek in hare openinge geset: gelijk om den hoek D A C te noemen, segge ik den hoek *P*, als ook in plaets van den hoek C A B, den hoek *O*, dat ook in alle andere mag nagevolgt worden.

9. *Als de linien, die een hoek bevatten, recht zijn, word deselve een regtlinische hoek genoemt.*

Te voren hebben wy gesien dat de linie twederley is, of regt of krom; Om dat dese nu op drie verscheide manieren konnen te samen gevoegt worden, komt daer uyt voort driederley soort van hoeken.

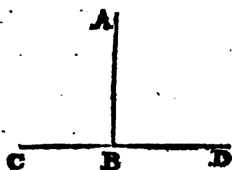
De eerste, als twe regte linien een hoek maken, die Euclides regt-linisch noemt.

De twede, als eene regte en eene kromme linie een hoek maken; die men meng-linischen hoek noemen mag, en ons in het III. Boek voorkomt.

De derde, als twe kromme linien een hoek maken, die men de naem van krom-linischen hoek geven kan.

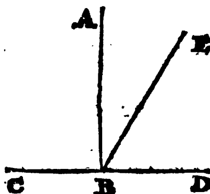
10. *Maer als de regte linie* A B *op de rechte linie* C D *staende de twe hoeken* A B C. A B D *aen malkanderen gelijk maekt, so is yder van dese hoeken een regten hoek, en die regte staende* A B *word genoemt Perpendiculaer of regtstaende op de linie* C D *waer op zy staet.*

De



De hoeken ABC, ABD worden regte genoemt, om dat de linie AB op de linie CD ſodanig regt over eynd ſtaet, dat zy aen de eene kant niet meerder neygt ofte helt nae BC als aen de andere kant na BD.

11. *Een ſtompen hoek* EBC *is, die groter is als de regten hoek* ABC.



12. *Een ſcherpen hoek* EBD *is, die kleynder is als den regten hoek* ABD.

13. *Eynde of paele is het uyterſte van yets.*

Gelijk een punct is het uyterſte eynde van een linie: Een linie van een Superficies of vlak: En een Superficies is het uyterſte eynde van een Corpus of Lichaem.

14. *Vlakke Figuer is een platte Superficies, die door eene of meer linien rontom beſlooten word.*

De vlakke Figuren zijn driederley, om

dat de regte en kromme linien op ſo veelderhande wijſen de Figuren konnen beſluyten: Sy zijn dan

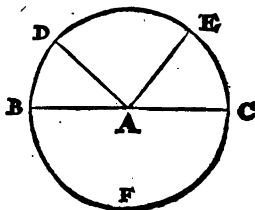
Regt-liniſche, wanneer ſy rontom van regte linien beſloten en omvat worden. Waer toe behooren alle Polygonen of veelzijdige Figuren, 't zy geſchikte of ongeſchikte, dat is die de zijden en hoeken of gelijk of ongelijk hebben.

Meng-liniſche, als zy ten dele van regte, ten deele van kromme linien beſloten worden: gelijk de halve Cirkel, en alle Cirkelſtukken.

Krom-liniſche, wanneer zy of van eene, of van meer kromme linien beſloten en begrepen worden.

Van maer eene kromme linie word de Cirkel beſloten.

15. *Cirkel of ront is een platte Figuer beſloten van maer eene kromme linie* DCF *die de Peripherie, of omtrek genoemt word, tot de welke van een punct* A *binnen de Figuer zijnde, de regte linien* AB. AD. AE. AC *getrokken zijnde, alle aen malkanderen gelijk zijn.*



Wel

Welke Definitie past op een Cirkel die nu al rede beschreven is: dog de manier om deselve te beschrijven konnen wy ons aldus verbeelden.

Laet na believen getrocken zijn een regte linie A B, welkers een eynde A onbeweeglijk en vast gestelt word; maer het andere eynde B, met de geheele linien bewogen werde rontom het punct A, door de plaetsen A D. A E. A C. A F. tot dat zy wederom komt op hare eerste plaets A B; so sal de linie A B door dese ronde beweginge de Cirkel B D E C F beschrijven.

Uyt welke beschrijvinge nu klaerlijk blijkt, dat alle de regte linien A D. A E. A C A F en meer andere aen malkanderen gelijk zijn: dewijl de linie A B welkers ronde beweginge: de Cirkel voort heeft gebragt, door alle de plaetse A D. A E. A C doorgegaen heeft, en gevolglijk het punct B te voren is geweest in de puncten D. E. C; waer uyt ligtelijk te besluyten is, dat alle de linien A D. A E. A C aen de selfde linie A B, en daerom ook aen malkanderen gelijk zijn.

Gelijk hier uyt ook van selfs volgt dat alle de puncten van de Circumferentie of omtrek D C F B van het punct A even verre afstaen.

16. *Maer dat punct* A *word het Centrum of middel-punct van de Cirkel; en de regte linien* A B. A D. AE. AC *worden Radii of stralen van de Cirkel genaemt.*

17. *Diameter of Middel-lijn van een Cirkel is een regte linie* B C, *die door het Centrum*

trum A gaet, en met beyde ſijne eynden de Circumferentie of omtrek aenraakt: Die de Cirkel ook in twe gelijke delen ſnijd.

Twe eygenſchappen worden dan in een linie vereyſcht om een Diameter van een Cirkel te zijn.

1. Dat zy door 't Centrum gaet.

2. Dat zy aen beyde kanten in de Circumferentie eyndigt.

Waer uyt blijkt dat een linie, die maer een van beyde of geene van deſelve beſit, ook geen Diameter kan zijn.

Dat nu de Diameter de Cirkel in twe gelijke delen ſnijd, is in 't algemeen hier uyt af te nemen, om dat zy gaet door dat punct dat het middelſte is van alle de puncten des Cirkels; als zijnde het middelſte punct van alle de Diameters die in een Cirkel konnen getrokken worden.

Nu volgt de twede ſoort van Figuren, namentlijk de meng-liniſche.

18. *De halve Cirkel* BDECAB, *is een Figuer, die van den Diameter* BC *en de halve omtrek* BDEC *beſloten word.*

19. *Cirkel-ſtuk is een Figuer, die van yder regte linie in de Cirkel ingeſchreven en van een gedeelte des omtreks beſloten word.* (*a*)

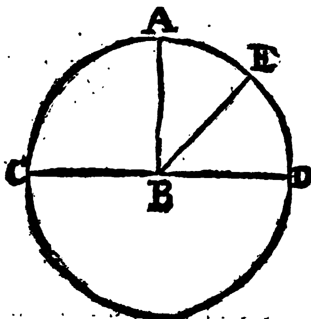
Dit Cirkel-ſtuk is twederley.

Of grooter als de halve Cirkel, waer in het Centrum gevonden word.

Of

(*a*) Deze Definitie wordt van de meeſte Schryvers overgeſlaagen, om dat zy mede de vyfde van het derde Boek is.

Of kleynder als de halve Cirkel, waer in het Centrum niet gevonden word.



Dewijl uyt de 8 Definitie blijkt dat de nature van een regtlinischen hoek vereyst, dat de twe regte linien, die door hare onderlinge aanrakinge een hoek maken niet in eene regte *linie* liggen, maer dat sy na malkanderen toehellen of neygen; staat aan te merken, dat dese neyginge niet klaarder kan begrepen of uytgedruckt worden, als door een boog van een cirkel, die uyt het punct van dien hoek als Centrum, en met een radius na believen beschreven is.

Laet uyt het Centrum B met den onbepaelden Radius B C beschreven sijn de Cirkel C A D; en daer in getrocken den Diameter C D, makende de halve Cirkel C A E D; in de welke uyt het Centrum B getrocken sy de Perpendiculaar B A, en de schuynse B E.

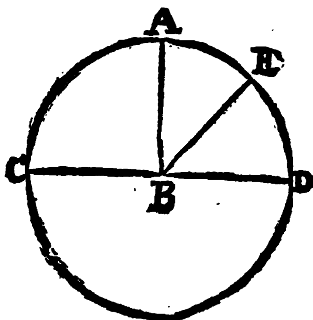
Het

Het welcke gestelt sijnde, kanmen ligtelijck begrijpen, dat den hoek C B A is voortgekoomen uyt de omdraejinge van de linie B C rondom het punct B, van de plaats B C tot aen B A toe: In welcke omdrajinge het punct C beschreven heeft den boge C A die daerom ook seer eygentlijk kan genomen worden voor de natuerlijke maat of afmetinge van dien hoek C B A.

Op deselfde manier sal den boog A E de mate sijn van den hoek A B E: gelijk ook den boog E D de mate van den hoek E B D, om dat men begrijpen kan dat door deselfde omdrajinge rontom het centrum B. de linie B A is gekomen tot in B E en daar na de linie B E tot in B D, die in den Diameter is.

Om dat nu A B perpendiculaar is gestelt op den Diameter C D, en daerom volgens de 10 Definitie den hoek A B C gelijk is aan den hoek A B D, of allebeyde regt; so volgt noodsakelijk dat de linie A B aan beyde kanten even veel helt of neygt na den Diameter, of dat het punct A niet meer helt na C als na D: en daerom, om dat die hellingen afgemeten worden door de bogen A C. A D, so blijkt ook dat die bogen A C. A D aan malkanderen gelijk sijn.

Maer



Maar dewijl de regte linie C B D een Diameter is van de Cirkel, ſo blijkt dat de halve cirkel C A D begrijpt de mate van twe regte hoeken: waer uyt dan volgt dat de gehele Omtrek van een Cirkel uytmaekt de maat van vier regte hoeken.

Vorders worden alle Cirkels ſonder onderſcheyt van kleyne of grote, van de wiskonſtenaren verdeelt in 360 gelijke deelen, die ſy graden noemen: So dat de halve Cirkel in ſig begrijpen ſal 180 ſulck graden: Ende het Quadrant of vierde deel des Cirkels 90 graden, welk getal uytmaakt de maat van een regten hoek.

Wanneer dan een boog, gelijk E D, kleynder is als een Quadrant ſo magmen ſekerlijk beſluyten dat den hoek E B D ook kleynder is als den regten hoek A B D. Maar in tegendeel als den boog C A E groter is als het

het Quadrant C A, dat den hoek C A F ook groter is als den regten hoek C B A.

Verder staat aan te merken, dewijl de twe hoeken A B C, A B D met hare maten C A, A D uyt maken de halve Circumferentie C A E D: en van gelijken de bogen C E, E D, die de maaten sijn van de twee hoeken C B E, E B D, met malkanderen uytmaken de selfde halve circumferentie C A E D: gelijk ook de drie bogen C A. A E. E D. die de afmetinge sijn van de drie hoeken C B A. A B E. E B D, wederom te samen uytleveren de selfde halve Circumferentie C A E D: ('t welk ook op de selfde manier in meer hoeken plaets heeft). Dat hier uyt volgt, dat de twe hoeken A B C. A B D met malkanderen genomen sijnde gelijk sijn aan de twe hoeken C B E. E B D ook te samen genomen: en dan ook nog gelijk aan de drie C B A. A B E. E B D te samen, dat is gelijk aan twe regte hoeken.

Welke aanmerkinge voortbrengt niet alleen de sin maar ook de demonstratie van de 13. Propositie des I. Boecks.

Daarenboven, dewijl de twe afmetingen of maaten A C en A D te samen uytmaken de maat van de twe regte hoeken C B A. A B D, en gevolglijk gelijk sijn aan de halve circumferentie C A D, dewelke van de gehele Circumferentie niet afgesneden words als van den Diameter C D, die een regte linie is.

So volgt hier uyt dat geene andere linie met A B of E B twe regte hoeken kan maa-

maaken als de regte linie CD. (*a*)

Nu volgen de regt-linische Figuren.

20. *Regtlinische Figuren zijn, die van regte linien besloten en omvat worden.*

Dese worden in drie soorten onderschey-den; namelijk in drie-sijdige, vier-sijdige en veel-sijdige.

21. *Drie-sijdige Figuren zijn, die van drie sijden besloten worden.*

22. *Vier-sijdige Figuren, die van vier sij-den.*

23. *Veel-sijdige Figuren, die van meer als vier regte sijden besloten worden.*

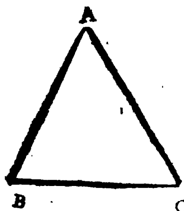
Dese worden met een gemeynen naem veel-sijdige genoemt, om niet in een oneyn-dige menigte van namen, en gevolglijk in so veel Definitien te vervallen.

Dewijl de drie-sijdige Figuren, die anders Triangels of Drie-hoeken genoemt worden, de eerste soort van regt-linische Figuren uytmaken, stelt nu Euclides in 't volgende voor, dat deselve op twederley wijse ver-deylt worden: so ten opsigte van hare sij-den als van hare hoeken, dewelke in alle regtlinische Figuren even veel zijn, also zy so veel sijden als hoeken hebben.

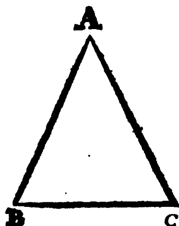
Ten opsigte van de sijden is een Triangel driederley: of gelijk-sijdig, of gelijk-benig, of ongelijk-sijdig.

24. *Een gelijk-sijdigen Triangel is, die alle drie de sijden gelijk heeft.*

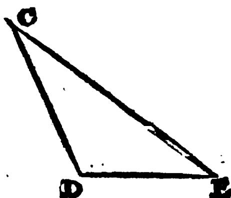
(*a*) Zynde de inhoudt der 14de Propositie van het 1ste Boek.



25. *Een gelijk-benigen is, die maer de twe sijden* A B. A C *gelijk heeft.*



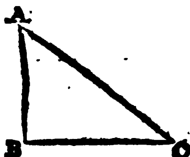
26. *Een ongelijk-sijdigen, wiens sijden alle drie ongelyk zijn.*



Ten opsigte van de hoeken is een Trian-
gel

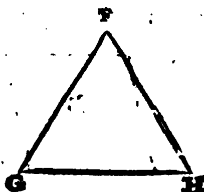
gel van gelijken driederley: of regthoekig, of ſtomphoekig, of ſcherphoekig.

27. *Een regthoekigen Triangel is, die eenen regten hoek* ABC *heeft.*



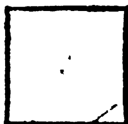
28. *Een ſtomphoekigen is, die eenen ſtompen hoek* CDE *heeft; dat is die groter is als regt.*

29. *Maer een ſcherphoekigen, die drie ſcherpe hoeken heeft, dat is alle drie kleynder als regt.*

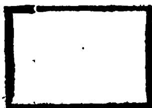


Nu volgt de twede ſoort van regt-liniſche Figuren, te weten de vierſijdige. Deſe worden van Euclides vijfderley geſtelt als daer zijn Quadraet of Vierkant: Lankwerpig Vierkant; Rhombus of Ruyt: Rhomboides of lankwerpige ruyt: En eyndelijk Trapezium, of ongeſchikte vierhoek.

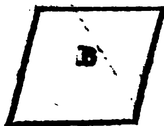
30. *Quadraet of vierkant is, dat gelijkzijdig en regthoekig is.*



31. *Langwerpig vierkant is, dat wel Regthoekig, maer niet gelijkzijdig is.*



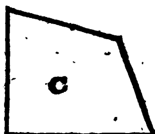
32. *Rhombus of ruyt is, die wel gelijkzijdig maer niet regthoekig is.*



33. *Rhomboides of langwerpige ruyt is, die de tegen malkanderen overstaende sijden en hoeken gelijk hebbende, nog gelijkzijdig nog regthoekig is.*

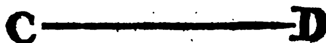


34. Trapezia of ongeschikte vierhoeken, zijn alle andere vierzijdige Figuren, die tot gene van de vier voorgaende konnen gebragt worden.



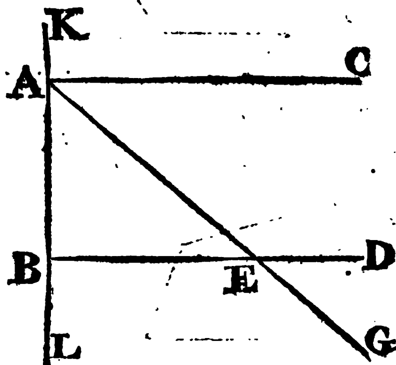
35. *Regte Parallelen of Evenwijdige linien* AB. CD *zijn, die op een selfde vlak zijnde, schoon zy aen beyde kanten in 't oneyndig verlengt worden, evenwel even wijd van malkanderen af blijven, en daerom noyt sullen te samen komen.*





Euclides merkt dese linien aen als nu al beschreven zijnde: maer de beschrijvinge

felfs van twe Parallele linien kan men feer gemackelijk op defe manier voor ftellen.



Neemt in de linie K L twe punčten A en B en laet uyt defelve getrocken zijn, de twe Perpendicularen A C en B D: fo fullen die twe linien A C en B D aen malkanderen parallel zijn. (*a*)

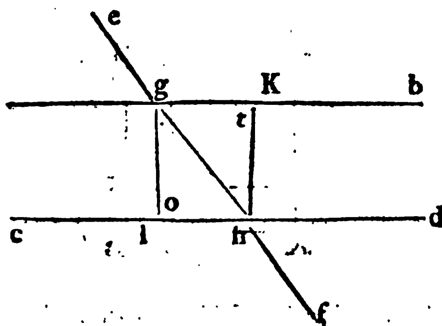
Want

(*a*) Dat de Linien A C en B D op deze getrokken Parallel zyn, bewyft Euclides in de 28fte Propofitie van het eerfte Boek. Euclides bewyft wel dat deze linien A C, en B D nimmer te faamen loopen: maar dat zy dan fom altydt dezelve Diftantie van elkander afblyven, dat is, dat de Perpendiculaaren tusfchen beiden getrokken altydt even lang blyven, is eene zaak die ik niet zien kan dat uit deze Definitie aanftonts volgt, fchoon Tacquet, en onze Schryver dit daar uit befluiten.

Want alhoewel de linie AC in 't oneyndig verlangt word, so sal zy dog de neyginge die zy tot AK en AL heeft, en aen beyde kanten gelijk is, niet veranderen; dewijl de grootheyt van een hoek niet in grooter of kleynder langte van de linien bestaet, maer in grooter of kleynder neyginge der selver; waer uyt volgt dat AC noyt sal nader na BD toe komen.

Van gelijke sal BD in 't oneyndig voortgetrocken zijnde, ook noyt sijne neyginge ten opsigte van BK, en BL veranderen, so dat BD nooyt nader na AC sal konnen toe naderen.

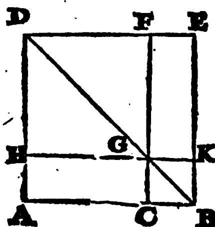
Waer uyt dan nootsakelijk volgen moet dat die twe linien AC, BD altijt deselve afstand van malkanderen moeten behouden, en nooyt sullen te samen komen; en daerom volgens dese Definitie parallel of evenwijdig zijn.



Staet verder aen te merken, dat dese afstant of distantie gemeten word door twe perpendicularen, die getrocken sijn tusschen die parallelen. Het sy dat sy beyde getrocken sijn uyt twee punčten van een deser linien tot de andere; of de eerste uyt een punčt van de eene tot de andere, en de tweede uyt een punčt van die andere tot de eerste: als sy maar aen malkanderen gelijk sijn. (a)

36. *Parallelogram of Raem is een viersijdige Figuer, welkers twe tegen malkanderen overstaende zijden parallel of evenwijdig zijn.*

37. *Maer als in een Parallelogram de Diameter of hoek-linie* B D *getrocken is, als ook twee rechte* C F. H K *parallel met de sijden, die de Diameter in een selfde punčt* G *door snijden, so dat het* Parallelogram *in vier Parallelogrammen verdeylt is; so worden die twee, door welke de Diameter niet door gaet, als* A G. E G *complementen of vervultsels genoemt, van de twe andere* H F. C K *die om den Diameter staen.*



(a) De volgende Definitien zyn van Euclides niet.

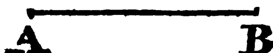
Po-

POSTULATA.

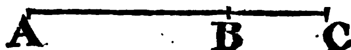
Dat is:

Begeerde of Geeyſchte Werkingen.

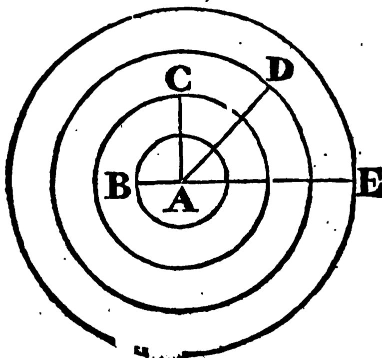
1. *Daer wort begeert dat men van het eene punct* A *tot een ander punct* B *een rechte linie mag trecken.*



2. *En dat men een rechte linie* A B *na gevallen recht uyt mag verlangen tot in* C.



3. *Als ook uyt yder punct* A *als centrum, en met yder linie,* AB. AC. AD. AE *als Radius een Cirkel beſchrijven.*



AXIOMATA
of
Gemeyne Bekenteniſſen.

1. *Die dingen die aen een ſelfde gelijk zijn, die zijn aen malkanderen gelijk.*

2. *Indien by gelijke, gelijke dingen by gedaen worden, ſo ſullen de geheele gelijk zijn.*

3. *Indien van gelijke, gelijke dingen worden afgenomen, ſo ſullen de overblijfſels gelijk zijn.*

4. *Indien men by ongelijke, gelijke dingen bydoet, ſo ſullen de gehele ongelijk zijn.*

5. *Indien van ongelijke, gelijke dingen worden afgenomen, ſo ſullen de overblijfſels ongelijk zijn.*

6. *Die dingen, die van eene ſelfde twevoudig, drievoudig, viervoudig enz. zijn, die zijn aen malkanderen gelijk.*

7. *Die dingen, die van een ſelfde, de helften, derde-deelen, vierde-deelen enz. zijn, die zijn aen malkanderen gelijk.*

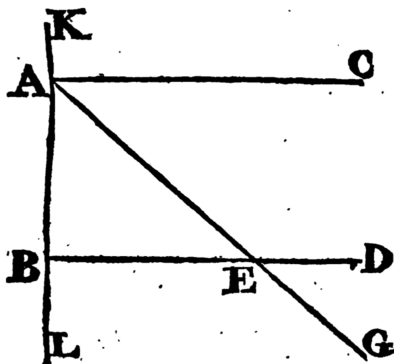
8. *Die dingen die met alle hare deelen net op malkanderen paſſen, zijn aen malkanderen gelijk.* (a) *En wederom: Die dingen die van een ſelfde ſoort zijnde, gelijk zijn, die ſullen met alle haare deelen net op malkanderen paſſen.*

So wy ons verbeelden dat de linie DE word gelegt op de linie AB, ſo dat de uyterſte punčten D en A, als ook E en B op mal-

(a) Dit omkeerſel doet onſe Schryver daar by.

28. Propositie des I. Boeks gedemonstreert.

Maer als wy ons te binnen brengen, dat te voren gesegt is ontrent de beschrijvinge van de Parallele linien A C. B D; menen wy dat het selve ons in dese veel ligt sal geven.



Daer hebben wy gesien, dat die Parallele linien A C. B D volgens hare nature en manier van beschrijvinge dese eygenschap hebben, dat de twee hoeken C A B. D B A beyde recht zijn; dat is, dat van deselve de eene D B A regt zijnde (het welk dese beschrijvinge altijt vast stelt) de andere C A B ook regt zy; en gevolglijk dat de linie A B perpendiculaer zy op A C.

So nu uyt A beneden de linie A C een andere linie getrocken word als A E, so dat den hoek B A E kleynder zy als regt; die sal

ſal verlengt wordende nootſakelijk meer en meer moeten afwijken van A C; of anders ſouden ſy paralel moeten lopen met A C, of wederom met deſelve A C in een ander punct te ſamen komen: van welke twe het eerſte niet kan geſchieden, om dat A E en A C malkanderen in A alreede door ſnijden: nog ook het twede, om dat dan twe regte linien een plaets of ruymte rontom ſouden beſluyten: 't welk ſtrijdig is met het volgende Axioma.

Deſe linie A E nu gedurig van A C meer en meer afwijkende kan ſulks niet doen, ſonder na de andere linie B D meer en meer toe te naderen: 't welk evenwel in 't oneyndig niet geſchieden of duren kan: want ſtellende, dat het punct A van de eene linie A C naer believen afſtaet van het punct E in de andere linie: en dat wy van A naer E maer een kleyn linitje beginnen te trekken: ſo deſe nu vorder verlengt word en by gevolg van A C verder en verder afwijkt, moet ſy ook nootſakelijk naer E nader en nader toe komen, tot dat ſy eyndelijk door het ſelve door gaet.

Want ſo het onmogelijk is dat zy door E door gaet, ſo moet van deſe twe nootſakelijk een waer zijn: of dat van 't punct A tot 't punct E geen regte linie kan getrocken worden, 't welk ſtrijd tegen het 1. Poſtulatum: Of dat de linie A E, ſeer na by E komende ergens anders na toe moet keren: 't welk niet kan geſchieden ſonder dat ſy ſig buygt en by gevolg van regt krom word: 't

welk

welk tegen de ſtellinge ſtrijdig is.

Waer uyt dan nootſakelijk de waerheyd van dit Axioma beſloten word.

12. *Twee regte linien konnen geen plaets of ruymte rontom beſluyten.*

13. *Het geheel is gelijk aen alle ſijne deelen te ſamen genomen.*

De *Propoſitien* of voorſtellen, waer in de Wiskonſtenaers gewoon zijn de waerheden voor te dragen, die ſy bewijſen willen, zijn twederley: namentlijk, *Problema* of Werkſtuk, en *Theorema*: of beſchouwinge, en vertoog.

Problema of werkſtuk is een voorſtel, in welke yets word voorgeſtelt of voor gegeven om te doen en te bewerken: En derſelver beſluyt is altijt: dat gedaen moeſte worden.

Theorema of vertoog is een voorſtel, waer in d'eene of d'andere waerheyt van een reeds gemaekte Figuer moet beweſen worden; en deſſelfs beſluyt is altijt: dat beweſen moeſte worden.

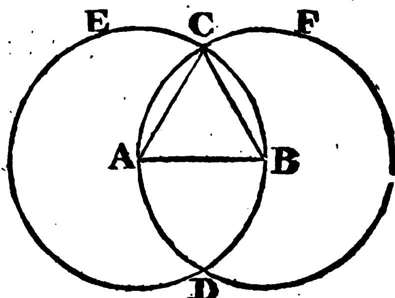
Corollarium of gevolg, is het gene als een gewin uyt een Propoſitie getrocken word.

Lemma of voorbewijs, is een Demonſtratie of bewijs van eenige waerheyt, die te voren bekent moet zijn, op dat de voornaemſte Demonſtratie des te korter en klaerder worde.

PRO-

PROPOSITIE I.

Probl. 1. *Op een voorgegeve rechte bepaelde linie* AB *een gelijk-sijdige Triangel te maken.*



Constructie of Bewerkinge.

1. Uyt het Centrum A, met den Radius
a Post. 3. AB [a] beschrijft de Cirkel BCE.

2. Uyt het Centrum B met de selfde Radius BA [a] beschrijft de Cirkel ACF.

b Post. 1. 3. Uyt het doorsnijd-punct C trekt de [b] regte linien CA. CB.

Ik segge dat den Triangel ABC, is de begeerde gelijk-sijdigen Triangel.

DEMONSTRATIE.

AC is gelijk aen AB, om dat Radii zijn
c Def. 15. van de Cirkel BCE. [c]

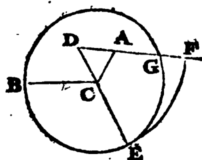
BC is gelijk aen de selfde BA, om dat Radii zijn van de selfde Cirkel ACF.

Ergo

Ergo is A C gelijk aen B C. [d] d Ax. 1.
En daerom is op A B gemaekt de begeerde gelijk-ſijdige Triangel A B C: dat gedaen moeſte worden.

PROPOSITIE II.

Uyt een gegeven punct A *een regte linie* A F *te trecken, die gelijk zy aen een gegeven linie* B C. Probl. 2.



CONSTRUCTIE.

1. Trekt van C tot A de regte linie C A. [a] a Poſt. 1.
2. Maekt op C A een gelijk-ſijdigen Triangel [b] C D A. b 1. I.
3. Uyt het Centrum C, met de Radius C B beſchrijft een Cirkel. [c] c Poſt. 3.
4. Verlengt D C tot de Cirkel in E. [d] d Poſt. 2.
5. Uyt het Centrum D met de Radius D E beſchrijft de Cirkel-boog E F. [c]
6. Verlengt eyndelijk D A, tot aen dien boog in F. [d]

Ik ſegge dat de linie A F gelijk is aen de voorgegeven B C.

DEMONSTRATIE.

e Def. 15. DF is gelijk aen DE, om dat Radii zijn. [e]

f Def. 24. DA is gelijk aen DC: om dat ſijden zijn van een gelijk-ſijdigen Triangel. [f]

De onderſte van de bovenſte afgetrokken.

---

g Ax. 3. Blijft AF gelijk aen GE. [g]

h Def. 15. Maer BC is gelijk aen de ſelfde CE. [h]

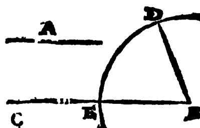
---

k Ax. 1. Ergo is AF gelijk aen BC. [k]

Dat gedaan moeſt worden.

PROPOSITIE III.

Probl. 3. *Gegeven zynde twe ongelyke regte linien* A *en* BC; *van de grootſte* BC *een linie* BE *af te ſnyden, die gelyk zy aen de kleynſte* A.



CONSTRUCTIE.

a 1. 1. 1. Aen 't eynde B van de linie CB trekt in een hoek nae believen de linie BD gelyk aen de kleynſte A. [a]

2. Uyt het Centrum B, met de Radius BD

b BD beschrijft een Cirkel-boog, die CB [b] Post, 3.
snijd in E.

Ik segge dat die afgesnede linie BE gelijk is aen A.

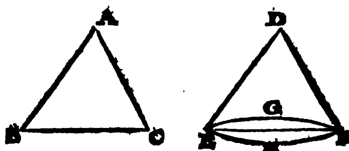
DEMONSTRATIE.

BE is gelijk aen BD om dat Radii zijn. [c] c Def. 15.
A is gelijk aen de selfde BD door de Constructie.

Ergo is BE gelijk aen A.[d] d Ax. 1.

PROPOSITIE IV.

So in de twee Triangels ABC. DEF *de eene zyde* AB *gelyk is aen de eene zyde* DE; *en d'andere* AC, *aen d'andere* DF; *en den hoek* A *gelijk aen den hoek* D, *tusschen die zyden begrepen: so sal ook den Basis* BC *gelyk zyn aen den Basis* EF: *den hoek* B *aen den hoek* E, *als ook* C *aen* F, *en den gehelen Triangel* ABC *gelyk aen den gehelen Triangel* DEF. Theor. 1.



DEMONSTRATIE.

Laten wy denken dat den Triangel DEF geleyt word op den Triangel ABC: so dat

het punct E valt op B, en de zijde ED op BA, dan sal D net vallen op A, om dat de zijden AB, en DE aen malkanderen gelijk zijn. [a]

En de zijde DF sal vallen op AC: om dat de hoeken BAC, EDF gelijk gestelt worden. [a]

a Ax. 8.

Eyndelijk sal het punct F vallen op C, om dat de zijden AC en DF gelijk zijn. [a]

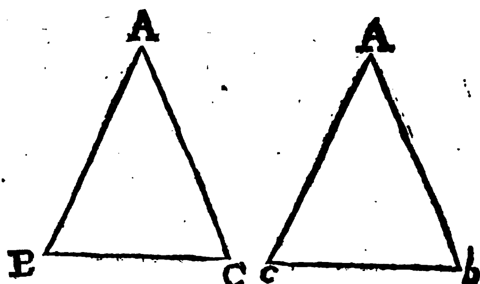
Waer uyt dan volgt, dat het punct E het selfde is met B en F met C: En daerom sal de linie EF net passen op AC: en by gevolg aen deselve gelijk zijn; gelijk ook de andere hoeken en de gehele Triangels op malkanderen sullen passen: die daerom ook gelijk zijn. [a]

a Theor. 2.

PROPOSITIE V.

In alle gelyk-benige Triangels ABC *zijnde hoeken* B *en* C *op den Basis aen malkanderen gelyk.*

DE-



DEMONSTRATIE.

Verbeelt den Triangel ABC, nog eens, maer verkeert beschreven te zijn: so is in die twe Triangels ABC. Acb. BA gelijk aen cA: en AC gelijk aen Ab: den hoek A gelijk A.

Ergo zijn die twe Triangels na de IV. Propositie: en daerom is

---

Den hoek B gelijk aen den hoek c. Maer den hoek C is gelijk aen de selfde hoek c.

Ergo is B gelijk aen C. a — a Ax. 1.

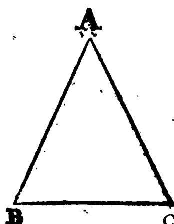
Dat bewesen moest worden. (a)

Corol-

(a) Het tweede lidt van deze Propositie is hier overgeslagen, om dat het in 't vervolg niet gebruikt wordt.

Corollarium of Gevolg.

Alle de gelijk-ſijdige Triangels zijn ook gelijk-hoekig.



DEMONSTRATIE.

Nemende de ſijde BC voor Baſis. So is den hoek B gelijk aan C. [a]

a 5. I.

Maar nemende de ſijde CA voor baſis So ſal den hoek A ſijn gelijk aen C. [a]

---

b Ax. I. Ergo ſal ſijn den hoek A gelijk aen B. [b] So ſullen dan de drie hoeken ABC gelijk ſijn.

PROPOSITIE VI.

Theor. 3. *So in den Triangel* ABC *de hoeken* B *en* C *aen malkanderen gelyk zyn, de zyden tegen de hoeken overſtaende ſullen ook gelyk zyn.*

Deſe is de omgekeerde van de voorgaende V. Propoſitie. Beſiet de ſelfde Figure.

DE-

DEMONSTRATIE.

Laet wederom den Triangel ABC nog eens verkeert gestelt worden; so is in de twe Triangels ABC. Acb. den basis BC gelijk aen de basis cb. Den hoek B gelijk aen c. den hoek C gelijk aen b.

Indien men nu den Basis cb legt op den Basis BC: die sullen op malkanderen passen; En om de gelijkheyt van de hoeken B en c als ook C en b: so sal cA vallen op BA: en bA op CA: en by gevolg 't punct A op A. Want so de twe puncten A en A niet op malkanderen vielen: so soude de zijden cA en bA niet vallen op de zijden BA en CA. So past dan alles op malkanderen. (*a*)

Ergo is AC gelijk aen Ab. a — a Ax. I.
Maer AB is gelijk aen de selfde Ab.

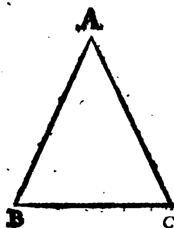
Ergo is AC gelijk aen AB. b — b Ax. I.
Dat gedemonstreert moest worden.

COROLLARIUM.

Alle gelijk-hoekige Triangels sijn ook gelijk-zijdig. Theor. 4.

D E-

(*a*) Hier wordt onderstelt het eerste lidt van de 26ste van 't 1ste Boek.



DEMONSTRATIE.

Stellende den hoek B gelijk aen C
a 6. I. So is de sijde A B gelijk aen A C [a]
Stellende den hoek A gelijk aen C.
So is de sijde A B gelijk aen B C [a]

---

b Ax. I. Ergo is de sijde A C gelijk aen B C. [b]
So sullen dan de drie sijden A B. A C. B C aen malkanderen gelijk sijn.

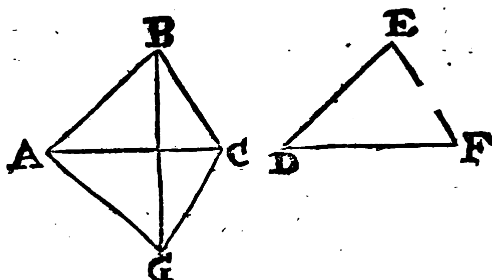
PROPOSITIE VII.

Dese is maer om de volgende VIII. die sonder deselve gedemonstreert word.

PROPOSITIE VIII.

Theor. 5. *So de twe Triangels* A B C. D E F *de zyden* A B. D E *en* B C E F *gelyk hebben; als ook de Bases* A C. D F, *so sal den hoek* A B C *gelyk zyn aen* D E F.

De



De omgekeerde van de IV.

DEMONSTRATIE.

Verbeeld den Triangel AGC de selfde met DEF te zijn: en trekt BG: so zijn ABG en CBG twe gelijk-benige Triangels. *

Den hoek ABG gelijk aen AGB.
Den hoek CBG gelijk aen CGB.
De onderste by de bovenste by gedaen. } a a 5. 1.

De

* Dese Demonstratie is, heeft Clavius genoomen uit Proclus: zy is wel goedt, doch niet in die zuiverheit als die van Euclides: want men moet hier van B tot G eene rechte linie trekken, maar het punt G is niet gegeeven, en daarom kan de lyn BG niet getrokken worden. Schoon de eerste Begeerte toestaat, van een punt, tot een punt eene rechte linie te trekken, moeten doch deze punten gegeven zyn. Dese naaukeurigheit wordt van weinige begrepen.

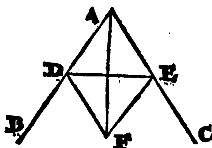
De hoeken ABC en CBG gelijk aen AGB en CGB.

Dat is;

Den hoek ABC gelijk aen den hoek AGC die de ſelfde is met DEF

PROPOSITIE IX.

Een gegeven regtliniſchen hoek in twee gelyke deelen te ſnyden.



CONSTRUCTIE.

1. Van de ſijden AB, AC ſnijt twe gelijke deelen AD, AE.

2. Op de getrocke regte linie DE, beſchrijft een gelijk-ſijdigen Triangel DEF.

3. Trekt de regte linie AF.

Ik ſegge dat deſe AF den hoek BAC in twe gelijke hoeken BAF, CAF deylt.

DE-

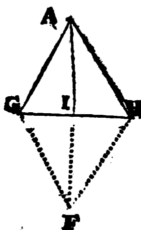
DEMONSTRATIE.

Inde Triangels ADF. AEF is
De zijde AD gelijk aen AE. } door de
De zijde DF gelijk aen EF. } Constru-
De zijde AF gelijk aen AF. } ctie.
beyde gemeyn.

Ergo is [a] den hoek DAF gelijk aen den [a] 8. 1
hoek EAF.

PROPOSITIE X.

Een gegeve bepaelde regte linie GH *in twe gelyke deelen te snyden.* Probl. 5



CONSTRUCTIE.

1. Op de gegeve linie GH maekt een gelijk-sijdigen Triangel GAH. [a] a 1. 1.

2. Deylt den hoek A twevoudig met AI [b]. b 9. 1.

Ik segge dat AI, de linie GH twevoudig deylt in I.

DE-

DEMONSTRATIE.

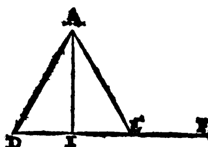
In de Triangels A I G. A I H is
De zijde A G gelijk A H) door de
De hoek G A I gelijk H A I) Constructie.
De zijde A I gelijk A I, beyde gemeyn.

---

k 4. I. Ergo is G I gelijk aen I H. [c]

PROPOSITIE XI.

Probl. 6. *Van een gegeeven punct* I *in een regte linie* D F, *op deselve een Perpendiculaer te trecken.*



CONSTRUCTIE.

1. Aen beyde kanten van I neemt twee
a 3. I. gelijke deelen I D. I E. [a]
2. Op de gehele D E maekt een gelijk-
b 1. I. sijdigen Triangel D A E. [b]
c Post. 1. 3. Trekt de regte linie A I. [c]
Ik segge dat dese A I sal Perpendiculaer zijn op D E.

DE-

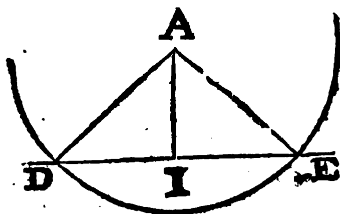
DEMONSTRATIE.

In de Triangelen AID. AIE is
De zijde AD gelijk aen AE. } door
De zijde ID gelijk aen IE. } Constru-
De zijde AI gelijk aen AI. } ctie.

Ergo de hoek AID gelijk aen de hoek AIE. [d] d 8. I.
En daerom is IA de gesogte Perpendiculaer. [e] e Def. 10.

PROPOSITIE XII.

Van een punct A gegeven zynde buyten de linie DE, *op deselve een Perpendiculaer te trecken.* Probl. 7.



CONSTRUCTIE.

1. Uyt het Centrum A beschrijft een Cirkel-boog met sulk een Radius, dat zy de linie

a Post. 3. nie D E snijde in de twe punten D en E. a
b Post. 1. 2. Trekt de regte linien A D. A E. b
3. Deylt D E twevoudig in I, en trekt
c 10. I. A I. c
Ik segge dat A I de begeerde Perpendiculaer is.

DEMONSTRATIE.

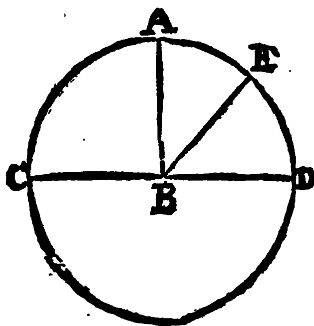
In de Triangels A I D. A I E is
De zijde A D gelijk A E: om dat Radii zijn.
De zijde I D gelijk I E.) door de
De zijde A I gelijk A I.) Constructie.

Ergo de hoek A I D gelijk den hoek
d 8. I. A I E. d
En daerom A I de begeerde Perpendiculaer.

PROPOSITIE XIII.

Theor. 6. *So een regte linie* E B *op de regte* C D *staende, de hoeken* E B C. E B D *maekt; so maektse deselve of yder regt, of beyde te samen gelyk aen twe regte.*

DE-

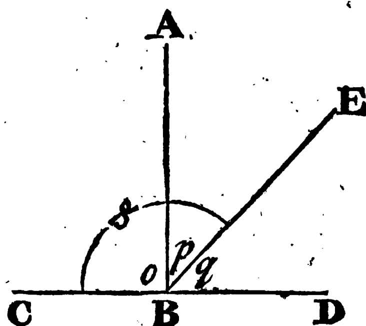


DEMONSTRATIE.

Uyt het Centrum B met een radius na believen een Cirkel beschreven sijnde sal de regte linie CD een Diameter zijn van die Cirkel, om dat sy gaat door 't Centrum B, en aan beyde kanten de Cirkel aanraekt: en daerom is C A E D een halve Circumferentie, die [a] de maat uytmaekt van twe regte hoeken. a Def. 19.

Dewijl nu de selfde halve Circumferentie ook begrijpt den boog C E, sijnde de maat van den hoek C B E te samen met den boog E D, de maat van den hoek E B D: so volgt dat de twe hoeken C B E. E B D te samen gelijk sijn aan de twe regte hoeken.

D E-



Andere

DEMONSTRATIE.

Of E B is Perpendiculaer op C D of niet.

So zy Perpendiculaer is dan zijn de twe hoeken E B C. E B D yder regt. [a]

a Def. 10.

So zy niet Perpendiculaer is, trekt uyt B [b] de Perpendiculaer B A: so zijn de twe hoeken *O*, en *P* met *Q* yder regt; en daerom de drie hoeken.

b 2. 1.

O en *P* en *Q* gelijk aen twe regten, maer *S* is gelijk aen *O* en *P*.

Ergo zijn *S* en *Q* gelijk aen twe regten.

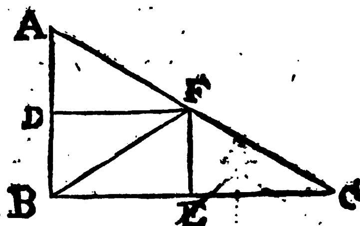
SCHOLIUM.

Hier kan men gemackelijk dese twe volgende vertogen bewijsen.

I.

I.

In alle Triangels zyn de drie hoeken te samen, gelyk aen twe regte.



DEMONSTRATIE.

Eerst in regt-hoekige ABC.

Deelt de zijden AB. BC twevoudig in D en E; Trekt de Perpendicularen DF en EF; als ook BF. So staen de Triangels ADF. BDF nae de IV. Propositie: want AD is gelijk BD: de zijde DF gemeyn: beyde de hoeken aen D regt: Ergo is den hoek A gelijk aen FBA. (*a*)

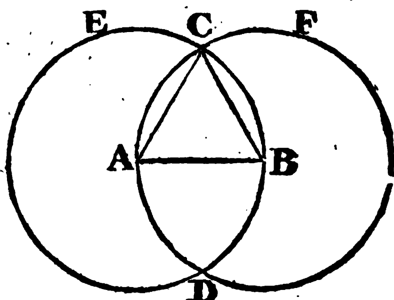
Van

(*a*) De Autheur onderstelt dat de Perpendiculaaren DF, en EF in AC te saamen koomen, 't welk eigentlyk van Euclides bewezen wordt in de 2 : 6. Dus schynt dese Demonstratie van onse Schryver tuigwerkelyk, om dat dit met Passer en Liniaal

D

PROPOSITIE I.

Probl. 1. *Op een voorgegeve rechte bepaelde linie* A B *een gelijk-ſijdige Triangel te maken.*



Conſtructie of Bewerkinge.

1. Uyt het Centrum A, met den Radius

a Poſt. 3. A B [a] beſchrijft de Cirkel B C E.

2. Uyt het Centrum B met de ſelfde Radius B A [a] beſchrijft de Cirkel A C F.

b Poſt. 1. 3. Uyt het doorſnijd-punct C trekt de [b] regte linien C A. C B.

Ik ſegge dat den Triangel A B C, is de begeerde gelijk-ſijdigen Triangel.

DEMONSTRATIE.

A C is gelijk aen A B, om dat Radii zijn van de Cirkel B C E. [c]

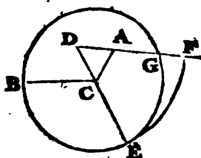
c Def. 15. B C is gelijk aen de ſelfde B A, om dat Radii zijn van de ſelfde Cirkel A C F.

Ergo

Ergo is AC gelijk aen BC. [d] d Ax. 1.
En daerom is op AB gemaekt de begeerde gelijk-sijdige Triangel ABC: dat gedaen moeste worden.

PROPOSITIE II.

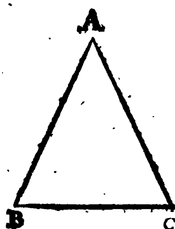
Uyt een gegeven punct A *een regte linie* AF *te trecken, die gelijk zy aen een gegeven linie* BC. Probl. 2.



CONSTRUCTIE.

1. Trekt van C tot A de regte linie CA. [a] a Post. 1.
2. Maekt op CA een gelijk-sijdigen Triangel [b] CDA. b 1. I.
3. Uyt het Centrum C, met de Radius CB beschrijft een Cirkel. [c] c Post. 3.
4. Verlengt DC tot de Cirkel in E. [d] d Post. 2.
5. Uyt het Centrum D met de Radius DE beschrijft de Cirkel-boog EF. [c]
6. Verlengt eyndelijk DA, tot aen dien boog in F. [d]

Ik segge dat de linie AF gelijk is aen de voorgegeven BC.



DEMONSTRATIE.

Stellende den hoek B gelijk aen C
a 6. 1. So is de ſijde A B gelijk aen A C [a]
Stellende den hoek A gelijk aen C.
So is de ſijde A B gelijk aen B C [a]

---

b Ax. 1. Ergo is de ſijde A C gelijk aen B C. [b]
So ſullen dan de drie ſijden A B. A C. B C aen malkanderen gelijk ſijn.

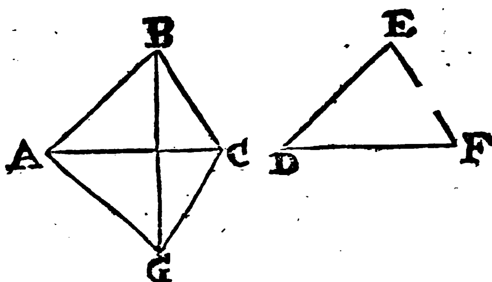
PROPOSITIE VII.

Deſe is maer om de volgende VIII. die ſonder deſelve gedemonſtreert word.

PROPOSITIE VIII.

Theor. 5. *So de twe Triangels* A B C. D E F *de zyden* A B. D E *en* B C E F *gelyk hebben; als ook de Baſes* A C. D F, *ſo ſal den hoek* A B C *gelyk zyn aen* D E F.

De



De omgekeerde van de IV.

DEMONSTRATIE.

Verbeeld den Triangel AGC de selfde met DEF te zijn: en trekt BG: so zijn ABG en CBG twe gelijk-benige Triangels. *

Den hoek ABG gelijk aen AGB.
Den hoek CBG gelijk aen CGB.
De onderste by de bovenste by gedaen. } a   a 5. 1.

De

* Dese Demonstratie is, heeft Clavius genoomen uit Proclus: zy is wel goedt, doch niet in die zuiverheit als die van Euclides: want men moet hier van B tot G eene rechte linie trekken, maar het punt G is niet gegeeven, en daarom kan de lyn BG niet getrokken worden. Schoon de eerste Begeerte toestaat, van een punt, tot een punt eene rechte linie te trekken, moeten doch deze punten gegeven zyn. Dese naaukeurigheit wordt van weinige begrepen.

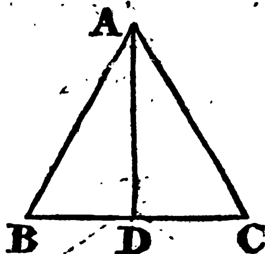
Ergo ſijn Q en T yder gelijk aan een half-regte.

II. *Deel.*

Gelijk nu gedemonſtreert is dat in den Triangel A C D de hoeken Q en T yder halfregt ſijn: ſo kan men ook demonſtreren dat in den Triangel A B D, de hoeken O en S. yder half-regt ſijn: Waer uyt dan datelijk volgt dat de vier hoeken Q. T. S. O. aan malkanderen gelijk ſijn; waer uyt dan blijkt dat den Diameter of Hoeklyn A D, de hoeken A en D twevoudig ſnijdt.

COROLLARIUM III.

Ider hoek van een gelijk-ſijdigen Triangel is een derde deel van twe regte hoeken, of twe derde deelen van een regten hoek.



DEMONSTRATIE.

De Hoecken A B C. t' ſamen ſijn gelijk aan twe Regte. [a] — a I. Theor.

Maer die drie hoeken ſijn aan malkanderen gelyk. [b] — b Cor. 5. I.

Ergo is yder gelijk aan een derdedeel van twe Regte.

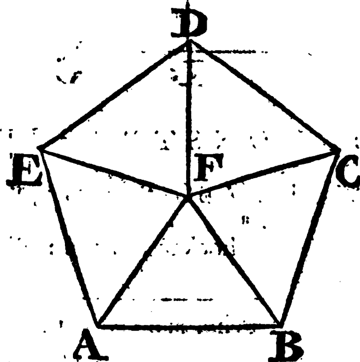
Daarna

So den hoek A twevoudig geſneden wort door de linie A D. ſo ſal die A D [c] perpendiculaar ſijn op den Baſis: — c. 4. I.

Dewijl nu in den Triangel A D B, den hoek A D B regt is ſo ſullen de twe hoeken B en B A D te ſamen eenen Regte of drie derde deelen van een regte uytmaken. En om dat nu den hoek B A D de helfte is van den Hoek B, ſo volgt dan, dat den eerſten is een derde deel, en den tweden B gelijk aan twe derde delen van een Regte.

SCHOLIUM.

Ider regt-linische Figuer wort uyt een van sijne hoeken verdeelt in twe Triangels minder als zy sijden heeft.



DEMONSTRATIE.

Neemt binnen de voorgestelde Regtlinische Figuer als hier de Vijf-hoek A B C D E een punct F, en trekt uyt 't selve tot yder hoek regte linien F A. F B. F C. F D. F E: so krijgtmen so veel triangels, als de figuer sijden heeft: gelyk hier vijf Triangels.

a I. Theor. Maar dewijl nu yder Triangel a begrijpt twe regte hoeken; sullen alle de hoeken van die vijf Triangels 10 regte hoeken uytmaken;

waer

waer van afgetrocken sijnde de 4 regte hoecken, die rontom het punct F staen, [b] en tot de figuer niet behoren sullen de 5 hoeken van de Figuer blijven gelijk aan 6 regte hoecken. 13. 1

Dewijl nu 2 regte hoecken begrepen worden in 1 Triangel: sullen daer 4 sijn in 2 Triangels: en 6 in 3 Triangels.

Waer uyt wy dan besluyten dat een vijfhoek uyt een van sijne hoecken gedeylt kan worden in 3 Triangels, dat is in 2 Triangels minder als de figuer sijden heeft.

Welke Demonstratie voor alle veelsijdige Figuren algemeen is, en verstrekt tot een fundament van het volgende Tafeltje.

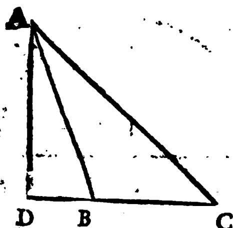
Syden	3	4	5	6	7
Triangels	1	2	3	4	5
Regte hoecken	2	4	6	8	10

Syden	8	9	10	11	12
Triangels	6	7	8	9	10
Regte hoeken	12	14	16	18	20

PROPOSITIE XIV.

Theor. 7. *So de twe regte linien* DB *en* CB *van beyde kanten tot een selfde punct* B *van de linie* AB *getrocken zijn, so dat de hoecken* ABD. *en* ABC *te samen gelijk aen twe regte zijn; so sullen die twe regte linien* DB *en* CB *eene regte linie maken.*

De



De omgekeerde van de XIII.

DEMONSTRATIE.

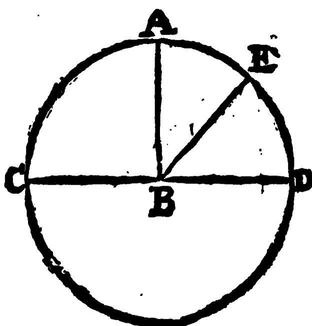
Uyt een punct A in de linie AB na believen trekt de twe linien AD. AC, so Krijgtmen de twe Triangels ABD. ABC,

S { welker 6 Hoecken t' samen sijn gelijk aan 4 Regte [a].
2 Hoeke aan B sijn gelijk aan 2 Regte. [a] Voor. Schol.

So blijven de 4 overige of de 3. DAC. D en C t' samen gelijk aan 2 Regte.

Ergo is DAC een regtlinischen Triangel, en daerom is DBC eene regte linie.

An-



Andere

DEMONSTRATIE.

Uyt het Centrum B, met een radius na believen beschrijft de Cirkel B C A E D. wiens boge C E, de maat sal sijn van den hoek C B E: en den boge E D, van den hoek E B D.

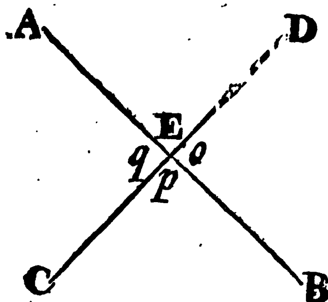
Dewijl nu de 2 hoeken C B E, E B D gestelt worden gelijk aan 2 regten; blijkt dat de 2 bogen C E. E D. of den boog C E D begrijpt de maat van 2 regte hoeken, waar uyt dan volgt dat den boog C E D een halve cirkel is.

Maar dewijl een halve Cirkel van een gehelen Cirkel niet kan afgesneden worden, als door den Diameter alleen; So volgt dat de linie C B D is een Diameter van die Cir-

Cirkel; en dat deselve daerom volgens de nature van een Diameter ook een regte linie is: Dat moest bewesen worden.

PROPOSITIE XV.

So de twe regte linien AB. CD *malkanderen door snijden; sullen zy de hoeken in het top-punct* E, *tegen malkanderen over staende, namelijk* E *en* P *gelijk maeken.* Theor. 8.



DEMONSTRATIE.

De hoeken [a] E en O te samen zijn gelijk twe regten. [a] 13. I.

De hoeken [a] P en O te samen ook gelijk twe regten.

Ergo [b] E en O te samen, gelijk P en O te samen. [b] Ax. 1.

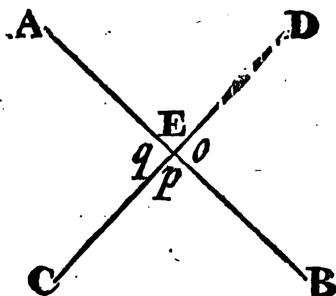
Aan beyden kanten O afgetrocken.

Blyft

Blyft den hoek E gelijk den hoek *P*.

COROLLARIUM.

Twe regte linien malkanderen door-ſnijdende maken aan het door ſnijd-punct vier hoeken gelijk aen vier regten.



DEMONSTRATIE.

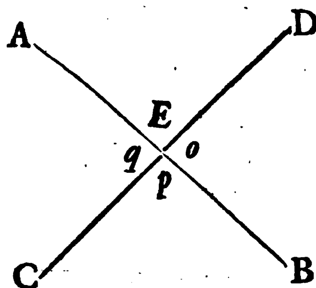
De hoeken E en Q t' ſamen ſijn gelyk 2 Regte. a } A.
a 13. I.
Als ook *P* en *O* t' ſamen gelyk 2 Regte

Ergo de 4 hoeken E. Q. P. O t'ſamen gelijk 4 Regte.

CO-

COROLLARIUM II.

Alle hoeken om een selfde punct gestelt zynde, zyn te samen gelyk aan vier regten. Thor. 9



DEMONSTRATIE.

Alle de hoeken die gemaekt konnen worden binnen den hoek E. sullen te samen gelyk sijn aan den hoek E.
Alle binnen Q gelijk aan Q.
Alle binnen P gelijk aan P.
Alle binnen O gelijk aan O.

} A.

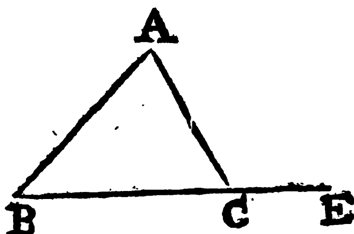
Ergo alle binnen die 4 hoeken gelyk aan E. Q. P. O.
Maer dese sijn gelyk aan 4 Regte.

Ergo sijn alle die hoeken rontom het punct E gelyk aan 4 Regte.

PRO-

PROPOSITIE XVI.

Van alle Triangels ABC *eene zijde* BC *verlengt zijnde, is den uytwendigen hoek* ACE *grooter als een van beyde de inwendige en overstaende* A *of* B.



DEMONSTRATIE.

Dese word begrepen in 't II. vertoog van 't Scholium op de 13. van dit Boek:

Want is den uytwendigen hoek A C E gelyk aan de twe inwendige A en B te samen: so volgt nootsakelyk, dat hy grooter is als een van die beyden.

PROPOSITIE XVII.

Theor. 10. *Van alle Triangels* A. B. C. *zijn twe hoeken* B. C. *of twe andere na believen genomen zynde, te samen kleynder als twe regten.*

DE-

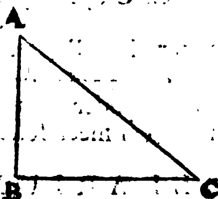
DEMONSTRATIE.

Dese word begrepen in 't I. vertoog van 't selfde Scholium.

Want zijn alle drie hoeken A. B. C. van een Triangel te samen gelijk aan twe regten, so is het klaer, dat maer twe B. C. of A. B. of A. C. te samen kleynder zijn als twe regte.

COROLLARIUM I.

In alle Triangels, welkers eenen hoek Regt of stomp is, sijnde de overige scherp.



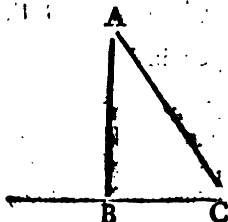
I. Geval in een Regthoekige.

DEMONSTRATIE.

De 2 hoeken B en C sijn kleynder als 2 Regte. Maar B is gelijk 1 Regte.) S a. 17. I.

Ergo is C kleynder als 1 Regte, en daerom scherp.

Segt op de selfde manier van den hoek A.



II. *Geval in een stomphoekige.*

DEMONSTRATIE.

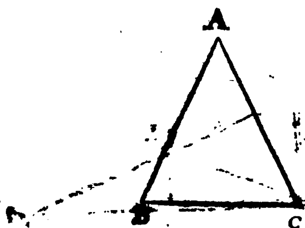
De 2 hoeken B en C sijn kleynder als 2 Regte. } S
Maer B is groter als 1 Regte.

Ergo is C veel kleynder als 1 Regte. en daarom nog veel meer scherp.

COROLLARIUM II.

Alle de hoeken van een gelijksijdigen Triangel en de hoeken van een gelijkbenigen Triangel op den basis sijn scherp.

DE-



DEMONSTRATIE.

Dewijl alle gelijkzijdige Triangels, ook gelijkbenig zijn: laten wy de neven-staande Triangel besien: in dewelke de twe hoeken op den basis B en C zijn kleynder als 2 Regte.

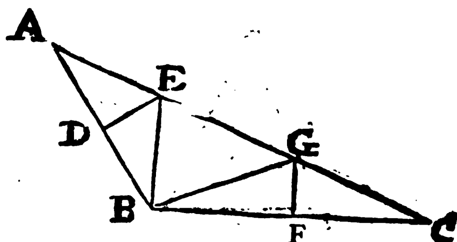
Maar B is gelijk aan C.

Ergo zijn B en C yder kleynder als 1 Regte en gevolglijk scherp.

PROPOSITIE XVIII.

In alle Triangels ABC *staet den grootsten hoek* ABC *tegen over de grootste zyde* AC. (*a*) Theor. 11.

(*a*) De Autheur onderstelt dat de punten E en G in AC vallen, en niet in haare verlengden, welke Demonstratie alleen Tuigwerkelyk goedt is.



DEMONSTRATIE.

Uyt het midden der beyde zijden AB. BC trekt de Perpendicularen DE. FG: als ook de linien BE. BG.

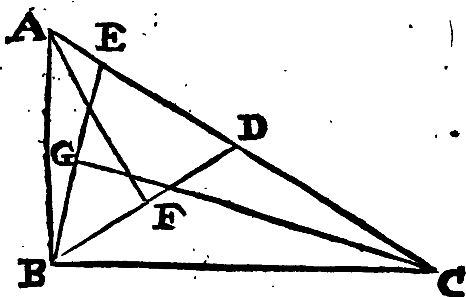
Dan ſtaen de twe Triangels ADE. BDE naa de vierde I. en daerom is den hoek A gelijk ABE: maer ABE is kleynder als ABC: Ergo is A ook kleynder als ABC.

Van gelijken ſtaen ook de twe Triangels BFG. CFG na de vierde I. en daerom is den hoek C gelijk CBG: maer CBG is kleynder als CBA.

PROPOSITIE XIX.

Theor. 12. *In alle Triangels* ABC *ſtaet de grootſte zijde* AC *tegen over den grootſten hoek* ABC. (*a*)

(*a*) De Autheur onderſtelt dat de punten D en E in AC vallen, en niet in haar verlengde als wederom Tuigwerkelyk.



De omgekeerde van de voorgaende XVIII.

DEMONSTRATIE.

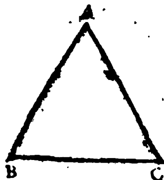
Snijdt de twee hoeken A en C twevoudig door de linien [a] AF. CG: en trekt uyt B, op de selfde de Perpendicularen BFD. BGE. a 9. I.

So zijn in de Triangels AFB AFD, de hoeken A en F aen beyde kanten gelijk: Ergo is de derde ABC gelijk aan ADB [b] en daerom is ook [c] AD gelijk AB. Maer AD is kleynder als AC: Ergo is AB ook kleynder als AK. b Cor. van 't Schol. 13. I. c 6. I.

Van gelijken zijn ook in de Triangels CGB. CGE de hoeken C en G aan beyde kanten gelijk; Ergo [b] is de derde CBE ook gelijk aan CEB, en daerom is CE gelijk aan CB. [c] Maer CE is kleynder als CA: Ergo is CB ook kleynder als CA.

PROPOSITIE XX.

Theor. 13. *In alle Triangels* ABC, *zijn de twe zijden* AB. AC *te samen langer als de derde* BC.



DEMONSTRATIE.

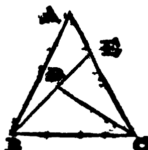
Door de Definitie van Archimedes is BC de kortste linie, die van B tot C kan getrocken worden, om dat zy regt is; waer uyt nootsakelijk volgen moet, dat de kromme of gebrooke linie die van B door A na C getrocken word, langer is als BC; dat gedemonstreert moest worden. (a)

PROPOSITIE XXI.

Theor. 14. *So van de uyterste eynden van de eene zijde*

(a) Dit is by Archimedes geen Definitie, maar eene Begeerte, welke hier als eene bewezen zaak moet aangemerkt worden.

de BC *binnen den Triangel* ABC *twe regte linien* BD. DC *samen gevoegt worden: Deselve sullen wel kleynder zijn als de twe Triangels-sijden* AB. AC; *Maer den hoek* BDC, *die sy maken, sal grooter zijn als* A.



DEMONSTRATIE.

I. *Deel.*

Volgens de selfde Definitie van Archimedes is BC de kortste linie, die van B tot C kan getrocken worden: en by gevolg zijn alle de andere, die buyten dese van B tot C getrocken worden, langer als BC. (*a*)

Hoe nu de linie verder van de kortste afwijkt, kan men ligt begrijpen, dat die ook sal grooter zijn, als de andere die daer minder afwijken.

Daerom om dat de gebroke linie BAC verder van BC afwijkt als de inwendige kromme BDC; sal ook BAC grooter zijn als BDC, en by gevolg de twe zijden BA. AC te samen groter als BD. DC te samen.

II.

(*a*) Hier past deselfde Aanmerking als in Propositie 20: 1.

Verlengt B D tot in E. So is den uytwendigen hoek B D C groter als den inwendigen D E C. a

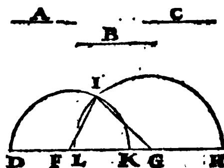
a Schol. 13. 1.

Maer den uytwendigen hoek D E C is wederom groter als den inwendigen A.

Ergo is B D C nog veel groter als A.

PROPOSITIE XXII.

Probl. 2. *Uyt drie linien A. B. C. so gegeven zijnde, dat twe na believen te samen grooter zijn als de derde, een Triangel te maken.*



CONSTRUCTIE.

1. In de oneyndige D H neemt D F gelijk A. F G gelijk B. G H gelijk C.

2. Uyt het Centrum F met den Radius F D beschrijft de Cirkel D I: En uyt het Centrum G, met de Radius G H de Cirkel H I.

3. Uyt het doorsnijd-punct I trekt I F I G.

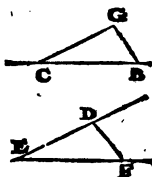
Ik segge dat F I G de begeerde Triangel is.

DEMONSTRATIE.

F I is gelijk [a] F D gelijk [b] A.	door de	[a] Def. 15.
F G gelijk [b] B	Constru-	
G I is gelijk [a] G H gelijk [b] C	ctie.	

PROPOSITIE XXIII.

Aen een punct C *gegeven, in de regte linie* A B, *een hoek* G C B *te maken gelijk aan een gegeven regtlinischen hoek* D E F. Probl. 9.



CONSTRUCTIE.

1. In de regte linien E H. E I, neemt twe puncten na believen D. F en trekt D F.

2. Maekt dan aen C den Triangel G C B wiens zijden gelijk zijn aen de zijden van den Triangel D E F. [a] a 22. 1.

Ik segge dat als dan den hoek G C B sal gelijk zijn aen den hoek D E F.

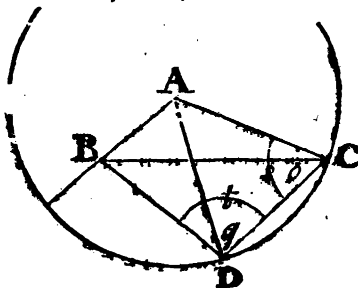
DEMONSTRATIE.

In de Triangels GCB. DEF is
De zijde GC gelijk DE. } door de
De zijde CB gelijk EF. } Constru-
De zijde BG gelijk FD. } ctie.

Ergo is door de 8. I.
Den hoek GCB gelijk den hoek DEF.

PROPOSITIE XXIV.

Theor. 15. *So twee Triangels* ABC. ABD *twee zijden* AB. AC *van d'een gelijk hebben aen twee zijden* AB. AD *van d'andere: maer den eenen heeft een grooter hoek* BAC *van sulke zijden begrepen als* BAD: *so sal die ook hebben den Basis* BC *grooter als den Basis* BD.



Uyt het Centrum A met de Radius AC beschrijft een Cirkel, die sal ook door D gaen

gaen om dat AC. AD gelijk zijn; trekt dan DC. (a)

So is in den Triangel ADC, de zijde AD gelijk AC, en daerom is

Den hoek *S* gelijk *Q* [a] a 5. I.

Maer *S* is grooter als *O*.

Ergo *Q* ook grooter als *O*.

En daerom *T* nog veel grooter als *O*.

Dewijl dan in den Triangel BCD, den hoek *T* grooter is als *O*, is de zijde of Basis BC ook [b] grooter als den Basis BD. b 19. I.

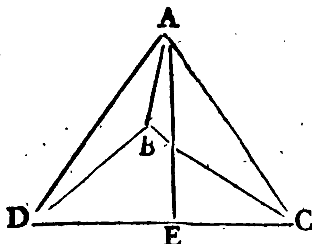
PROPOSITIE XXV.

So twee Triangels ABC: ABD *de twee sijden* AB. AC *gelijk hebben aan de twee sijden* AB. AD, *yder aan yder; maer den eene Triangel den Basis* BC *groter heeft als den anderen basis* BD: *sal die* Triangel *ook hebben den hoek* BAC *groter als* BAD. (*b*) Theor. 16.

(*a*) Deze Demonstratie past maar op een geval.

(*b*) Dat AE tusschen AB en AC valt, wordt hier zonder bewys gestelt, en is al wederom maar Tuigwerkelyk.

De



De omgekeerde van de XXIV.

DEMONSTRATIE.

a 9.1. Deelt den hoek D A C twevoudig [a] door de linie A E

So is

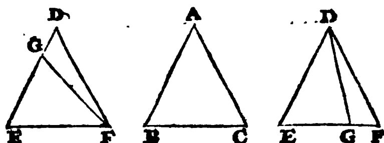
Den hoek E A C gelijk aan E A D
Maer E A D is groter als B A D.

Ergo is E A C ook groter als B A D.
En daerom is B A C nog veel groter als B A D.

PROPOSITIE XXVI.

Theor.17. *So de twe Triangels* ABC. DEF *twe hoeken* B. C. *aen de twe hoeken* E. F, *d'een aan d'ander gelijk hebben; en eene zijde aen eene zijde; of die tusschen de hoeken inlegt als* BC *gelijk aen* EF; *of die tegen een van die ge-*

gelijke boeken overstaet, als AB *gelijk aen* DE; *So sullen die Triangels de andere zijden en boeken ook gelijk hebben.*



DEMONSTRATIE.

I. *Geval.*

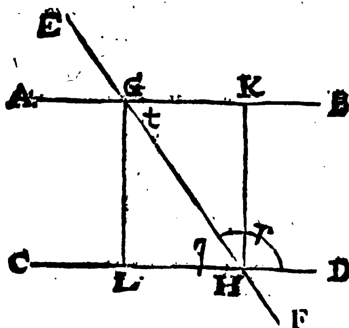
Als BC is gelijk EF, so is dese de selfde met de sesde Propositie; en daerom de selfde Demonstratie.

II. *Geval.*

Als AB is gelijk aan DE: Om dat nu de hoeken B. C zijn gelijk aan de hoeken E. F so sal de derde A ook gelijk zijn aen de derde D. [a] En daerom sullen door het eerste Geval alle andere dingen ook gelijk zijn. a Cor. 13.

PROPOSITIE XXVII.

Indien de regte EF *twee regte linien* AB, CD *deursnijdende, de twee overhantse hoeken, T. Q gelyk maekt; so sullen die twee linien* AB. CD *aan malkanderen Parallel zijn.* Theor. 18.



DEMONSTRATIE.

Uyt G en H getrocken sijnde de perpendicularen G L. H C.

So is

In de Triangels G L H. H K G.
Den hoek L gelijk aan K.
Q gelijk aan T.
De syde G H aan beyde gemeyn.

Ergo door de 26. I.
De syde G L gelijk aan H K.
En daarom volgens 't gene by de Definitie van de parallelen gesegt is, sullen de linien A B. C D parallel sijn.

SCHO-

SCHOLIUM.

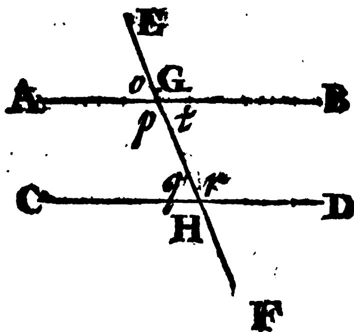
Dewijl de twe Triangels GLH. HKG. nu alles gelijk hebben, blijkt gevolglijk ook dat de twe linien GK. LH. door de twe perpendicularen GL. HK. afgesneden, ook aan malkanderen gelijk sijn. Het welk Tacquet onder de Axiomata stelt.

PROPOSITIE XXVIII.

1. *Indien de Regte linie* EF *twe regte linien* AB. CD *deursnijdende den uytwendigen hoek O gelijk maekt aen den inwendige en aan de selve kant staende Q.* Theor. 19.

2. *Of so zy de twe inwendige en aan deselve kant van de deursnijdende linie staende hoeken* P. Q. *te samen gelyk aen twe regten maekt.*

So sullen die twe linien AB. CD *Parallel zijn.*



DEMONSTRATIE.

I. *Deel.*

a 15. I. Den hoek *T* is gelijk aan den hoek *O.* [a]
b Prop. Den hoek *Q* gelijk aan de selfde *O.* [b]

Ergo is *T* gelijk aan *Q.*
c 27. I. En daerom A B en C D Parallel. [c]

II. *Deel.*

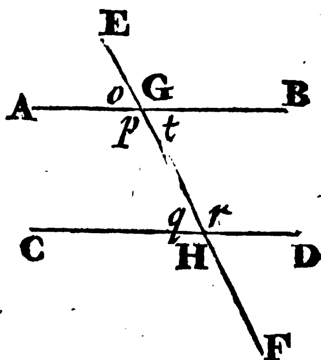
d 13. I. *O* met *P* te samen gelijk aan twe regten.
Q met *P* te samen gelijk aan twe regten.

Ergo is *O* met *P* gelijk *Q* met *P* te samen.
P van beyde kanten afgetrocken.

O gelijk aan *Q.*
Ergo zyn door 't I. Deel A B. C D Parallel.

PROPOSITIE XXIX.

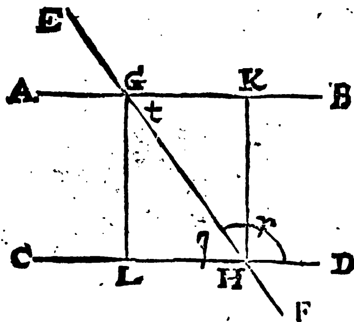
Theor. 20. *Indien de regte linien* E F *de twe regte Parallele linien* A B. C D *deur snijt;*



1. *Dan ſullen de overhandſe hoeken* T. Q *aen malkanderen gelijk zijn.*

2. *Den uytwendigen hoek* G *ſal gelyk zijn, aen den inwendigen, en aen de ſelve kant ſtaende* R.

3. *De twe inwendige en aen de ſelfde kant van de deurſnijdende linie ſtaende hoeken* T *en* R, *ſullen te ſamen gelijk zijn aen twe regte.*



DEMONSTRATIE.

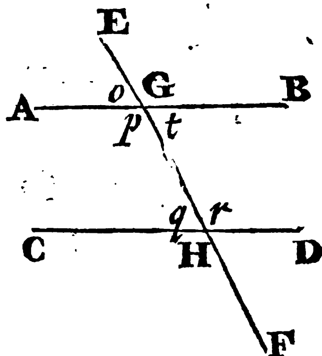
I. Deel.

Om dat de linien AB. CD parallel sijn, daerom sijn de perpendicularen GL. HK. aan malkanderen gelijk.

So dat is

In de Triangels GLH. HKG.
De syde GL gelijk aan HK.
a Sch. 27. I. LH gelijk aan KG. a
HG gelijk aan HG.
b 8. I. b Ergo is den hoek Q. gelijk aan T.

II. *Deel.*



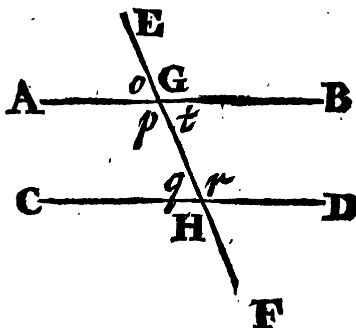
G en T te samen zijn gelijk aan twe regten. }
R en Q te samen zijn gelijk aan twe regten. } d — d 13. L

Ergo G en T gelijk aan R en Q. e — e Ax. 1.
T gelijk aan Q. f — f 1. Deel.
De onderste van de bovenste afgetrocken.

Blijft G gelijk aan R. g (*a*) — g Ax. 3.

(*a*) Het bewys der 27, 28 en 29 Propositie, steunt op de Definitie der Parallelen des Autheurs.

III. *Deel.*



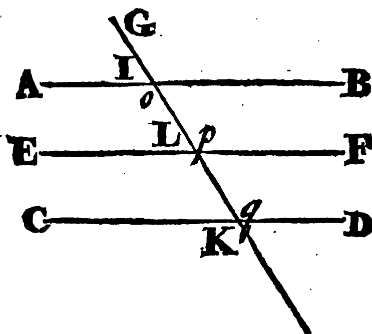
h 13. I. G en T te samen gelijk aan twe regten. [h]
R in de plaets van G gestelt om dat sy daer
k II. Deel. gelijk aan is. [k] So sijn.

R en T te samen gelijk aan twe regten.

PROPOSITIE XXX.

Theor. 21. *Als de twe regte linien* AB CD *Parallel zijn aan een selfde linie* EF, *so sullen zy ook aan malkanderen Parallel zijn.*

DE



DEMONSTRATIE.

Trekt een linie GK, die de drie linien door snijt.

Den hoek *O* gelijk aan *P* wegens de Parallelen AB. EF. [a] — a 29. I.

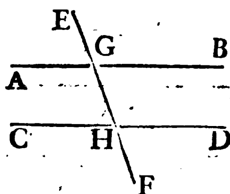
Den hoek *Q* gelijk aan deselfde *P* wegens de Parallelen CD en EF. [a]

Ergo is *O* gelijk aan *Q* zijn overhantsche.

En daerom zijn de linien [b] AB. CD aan malkanderen Parallel. — b 27. I.

PROPOSITIE XXXI.

Door een gegeve punct G *een linie* AB *te trecken, die Parallel sy aen de linie* CD. — Probl. 10.



CONSTRUCTIE.

1. Trekt uyt G tot CD na believen de regte linie GH.

2. Trekt uyt G de linie GB, so dat den
a 23.1. hoek HGB sy gelijk aan den hoek GHC[a]: en verlengt GB in A.

Ik segge dat de linie AB Parallel is aan CD.

DEMONSTRATIE.

De overhandsche hoecken GHC en HGB sijn door de Constructie aan malkanderen gelijk.

b 27.1. Ergo zijn AB. CD Parallel.[b]

PROPOSITIE. XXXII.

Theor.22. *Als van een Triangel de eene zijde verlengt word:*

1. *So is den uytwendigen hoek, gelijk aan de twe inwendige en overstaende.*

2. *De drie hoeken van alle Triangels zijn*

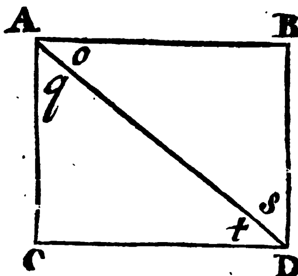
te

te samen gelijk aan twe regten.

Dese twe delen sijn deselve met de twe vertoogen van het Scholium van de 13. I. die aldaer gedemonstreert zijn.

PROPOSITIE XXXIIII.

De regte linien A C. B D *die de gelijke en Parallele linien* A B. C D *aan de selfde kanten samen voegen, zijn selfs ook gelijk en Parallel aan malkanderen.* Theor. 23.



DEMONSTRATIE.

Trekt de Diameter A D, so is

In de Triangels B A D. A D C

De zijde A B gelijk aan C D door de stellinge.

Den hoek *O* gelijk *T*, wegens de Parallelen A C. C D. a c 29. I.

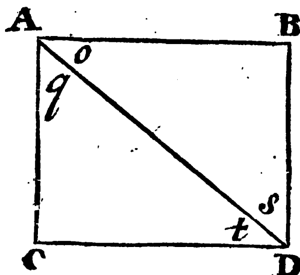
De zijde A D gemeyn.

 Ergo

Ergo is door de IV. Prop. alles gelijk.
De zijde A C gelijk B D.
Den hoek *Q* gelijk aan *S*, en daerom
b 27. I. zijn A C en B D ook Parallel. b

PROPOSITIE XXXIV.

Theor. 24. *In alle parallelograms* A B C D *zijn de tegen malkanderen overstaende zijden en hoeken gelijk: en den Diameter snijt de selve twevoudig.*



DEMONSTRATIE.

In de Triangels B A D. A D C, is
Den hoek *O* gelijk aan *T*, wegens de Parallelen A B. C D.
Den hoek *S* gelijk aan *Q* wegens de Parallelen A C. B D.
De zijde A D gelijk aan A D, of gemeyn.

Ergo

Ergo is door de 26. I. alles gelijk: te weten

A B gelijk aan C D.
B D gelijk aan A C.
Hoek B gelijk aan C.

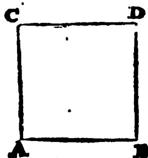
Ergo sijn door de 4. I. de Triangels B A D A D C aan malkanderen gelijk.

SCHOLIUM I.

Door nadere betragtinge van 't gene te voren over de 5 Definitie van 't I Boek aangaande den oorspronk van een superficies of Vlakte gesegt is: als ook van 't gene naderhant over de I definitie van het II Boek (die hier van niet af-hangt) gesegt sal worden, kan men uyt dese Propositie ligtelijk trecken de afmetinge vande inhout van een Regthoekig parallelogram, die voortkomt uyt de multiplicatie van de twe sijden die aan malkanderen raken, of die een vande regte hoeken bevatten.

By Exempel: indien van dit regthoekig parallelogram A B C D de sijde A C gestelt word van 4 voeten, C D van 6 voeten: en 4 door 6 gemultipliceert wordt, so sal het product geven 24 vierkante-voeten voor den inhout van het reghthoekig parallelogram.

Dewijl nu in een Quadraat alle de sijden gelijk sijn, blijkt datmen om dessels inhout te vinden niet anders van noden heeft, als een van sijne sijden in sig selfs te multipliceren.



By Exempel: Indien van dit Quadraat A B C D de ſijde C A geſteld wordt te ſijn 4 voeten, ſo ſalmen multiplicerende 4 in ſig ſelfs of 4 door 4 krijgen 16 vierkante voeten voor den inhout van het Quadraat A B C D.

SCHOLIUM II.

Dewijl uyt deſe propoſitie blykt dat den Diameter van een parallelogram het ſelve twevoudig deylt: ſo volgt ook, indien men het parallelogram ſtelt te ſijn regt hoekig, dat den reghthoekigen Triangel A C D de helft is van het parallelogram A B C D: ſo dat, voor A C en C D genomen ſijnde de ſelfde getallen 4 en 6, de helft van haar product 24, (namentlijk) 12. ons geeft den inhout van den regthoekigen Triangel A C D.

Maar om dat dien ſelfden inhout 12, door driederley multiplicatie gevonden wordt, namelyk multiplicerende 2 door 6; of 4 door 3: of 4 door 6 en het product halverende; So trekt men hier uyt drie bijſondere Regels om den inhout van de regthoekigen Triangel A C D te vinden, namelijk multiplicerende.

Of

Of de halve hoogte of perpendiculaar A C door den gehelen basis C D.

Of de gehele hoogte A C door den halven basis C D.

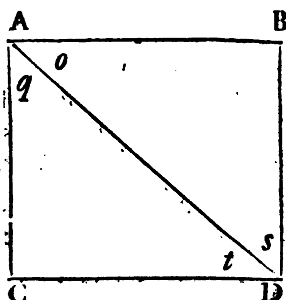
Of de gehele hoogte A C door den gehelen basis C D, en dit product ('t welke geeft den inhout van het gehele parallelogram A B C D) halverende; waar door men den inhout van het halve parallelogram, dat is volgens de 34 propositie, van den regthoekigen Triangel A C D sal vinden.

Uyt welk alles klaarlijk blijkt dat dese 34 Propositie ons uytlevert de eerste beginselen van de Lantmeterije aangaande het vinden van de inhouden der doorgankelijke landen, bysonder als men daer by voegt de 37 en 38 propositien; om dat alle sodanige Landen konnen verdeijlt worden in Triangels, welkers inhouden yder in 't bijsonder gevonden sijnde, sal haare Somme den inhout van 't gehele lant uytmaken.

SCHOLIUM III.

Dewijl al wat door de multiplicatie te samen geset en als onder malkanderen vermengt wordt, ook door de tegen gestelde Divisie wederom als ontbonden en tot sijne beginselen gebragt wordt. So kan men ook ligtelijk, den Inhout en de eene sijde van een Regthoekig parallelogram gegeven of bekent sijnde, desselfs andere syde vinden.

Van



Van het nevenſtaande parallelogram is den inhout gevonden, gelijk aan 24 vierkante voeten, indien nu den baſis C D geſtelt word te ſijn 6 voeten; en den inhoudt 24 gedeylt wordt door de baſis 6 ſal men vinden 4 voeten voor de hoogte of de Perpendiculaar A C.

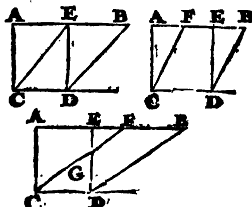
Om dat (namelijk) het product of inhout 24 voortgekomen is uyt de multiplicatie van 4 door 6.

Het welke van gelijken ook plaats heeft in den regthoekigen Triangel A C D, welkers inhout te voren gevonden is gelijk aan 12 vierkante voeten (als ſijnde de helfte van het gehele parallelogram A C D B.) Indien men nu ſtelt de baſis C D gelijk aan 6 voeten en den inhout 12 deijlt door den halven baſis 3, ſalmen vinden 4 voeten voor de perpendiculaar: om dat te voren deſen inhout 12 voortgekomen is uyt de multiplicatie van 4 door 3.

PRO-

PROPOSITIE XXXV.

De Parallelograms AD. FD *op de selfde* Theor. 25.
Basis CD *en tussen deselve Parallelen* AB. CD *staende, zyn aen malkanderen gelijk.*



DEMONSTRATIE.

Hier worden drie bysondere gevallen met even so veel Figueren vertoont.

Op de eerste Figuer.

De zijde AE is gelijk aan CD.) 34. I.
De zijde EB is gelijk aan CD.)

Ergo is [a] AE gelijk EB. [a] Ax. I.
Daerom is in de twe Triangels EAC. BED.
De zijde EA gelijk BE.
Hoek A gelijk BED wegens de Parallelen AC. ED.
De zijde AC gelijk ED door de 34. I.

Ergo

b 4. I. Ergo [b] is de Triangel E A C gelijk de Triangel B E D.

Aen beyde kanten den Triangel E C D by gedaen.

Parallelogr. E A C D gelijk aan 't Parallelogr. B E C D.

Op de tweede Figuer.

De zijde A E is gelijk aan C D.
De zijde F B is gelijk aan de selfde C D. } 34. I.

Ergo A E gelijk aan F B.
Aan beyde kanten F E afgetrocken.

Blijft A E gelijk aan E B.
Daerom is in de Triangels F A C. B E D.
De zijde F A gelijk aan B E.
De hoek F A C gelijk aan B E D, wegens de Parallelen A C, E D.
De zijde A C gelijk aan E D.

---

c 4. I. Ergo is [c] de Triangel F A C gelyk B E D.
Aan beyde kanten het Trapezium E F C D by gedaen.

So is 't Parallelogram A D gelijk 't Parallelogram F D.

Op

Op de derde Figuer:

De zijde A E is gelijk aan C D.)
De zijde F B is gelijk de selfde C D) 34. I.

Ergo is A E gelijk F B
Aan beyde kanten E F by gedaen.

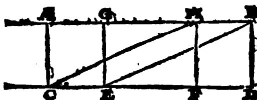
Komt A F gelijk aan E B.
Daerom is in de Triangels F A C. B E D.
F A gelijk B E.
Hoek A gelijk B E D wegens de Parallelen A C. E D.
A C gelijk E D.

Ergo a is de Triangel F A C gelijk B E D. a 4. I.
Aan beyde kanten de Triangel F E G afgetrocken.

Blyft 't Trapezium E A C G gelyk aan 't Trapezium B F G D.
Aan beyde de Triangel G C D weder by gedaen.
Komt 't Parallelogram A D gelijk aan 't Parallelogram E D.
Dat gedemonstreert moest worden.

PROPOSITIE XXXVI.

Theor. 26. *De Parallelograms* A E. H D, *staende op gelijke Bases* C E. F D, *en tusschen de selfde Parallelen* A B. C D; *die zijn aen malkander gelijk.*



DEMONSTRATIE.

Trekt de regte linien C H. E B: die sullen a gelyk en Parallel zijn. Dan is
Het Parallelogram b A E gelijk aan 't Parallelogram E H.
Met 't Parallelogram b H D gelijk aan 't selfde Parallelogram E H.

a 33. I.
b 35. I.

---

c Ax. I. Ergo is c 't Parallelogram A E gelijk aan 't Parallelogram H D.

SCHOLIUM.

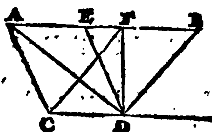
Uyt dese twe propositien volgt, dat den inhoudt niet alleen van de regthoekige parallelograms in 't bysonder, maer ook in 't algemeen van alle parallelograms gevonden wordt, door het multipliceren van den basis met

met de perpendiculaar, die van de eene ſyde tot de andere over-ſtaande getrocken wordt; om dat men altijt op den baſis van het ſcheefhoekige parallelogram en tuſſchen de ſelfde parallelen een regthoekig parallelogram kan maken, 't welk door de 35. Propoſitie aan het eerſte gelijk is.

Dewyl nu te voren getoont is dat men den inhout van een regthoekig parallelogram vint multiplicerende de baſis door de perpendiculaar, volgt ook klaerlijk dat den inhout van dit ſcheefhoekig parallelogram op de ſelfde manier gevonden wort.

PROPOSITIE XXXVII.

De Triangels ACD. FCD *ſtaende op de ſelfde Baſis* CD *en tuſſchen de ſelfde Parallelen* AB. CD: *die zijn aan malkanderen gelijk.* Theor. 27.



DEMONSTRATIE.

Trekt DE Parallel aan CA, en DB Parallel aan CF. a — a 31. I.

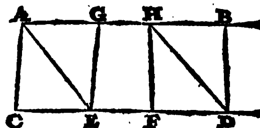
So is 't Parallelogram AD gelijk aan 't Parallelogram b FD. — b 35. I.

Maer den Triangel A C D is de helft van 't Parallelogr. A D. } 34. I.
En den Triangel F C D is de helft van 't Parallelogr. F D. }

Ergo is den Triangel A C D gelijk aan den
c Ax. 7. Triangel F C D. c

PROPOSITIE XXXVIII.

De Triangels A C E. H F D, *staende op gelijke Basis* C E. F D *en tusschen de selfde*
Theor. 28. *Parallelen* A B. C D; *zijn aen malkanderen gelijk.*



DEMONSTRATIE.

Trekt E G parallel aan C A: en D B Paral-
a 31. I. lel aan F H. a So is
b 36. I. Het Parallelogram b C G gelijk aan het Parallelogram F B.

Maer den Triangel A C E is de helft van 't Parallelogr. C G. } 34. I.
En den Triangel H F D de helft van 't Parallelogram F B. }

Ergo

Ergo is den Triangel ACE gelijk aan den Triangel HFD. c c Ax. 7.

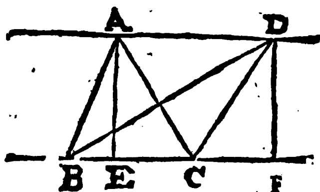
SCHOLIUM.

Uyt dese twe propositien volgt wederom, dat den inhout niet alleen van de Regthoekige Triangels in 't bysonder, maer ook in 't algemeen van alle Triangels gevonden wordt, door het multipliceren van den halven basis door de perpendiculaer, die getrocken wordt uyt den overstaanden hoek op den basis of sijne verlengde: om dat altyt een regthoeckigen Triangel op die basis, of een gelijcke basis kan gemaekt worden, staande tussen deselfde parallelen, die door de 37. Propositie, aan de vorige gelyk is.

Maer dewijl nu boven getoont is, dat den Inhoud van een Regthoekigen Triangel gevonden word door de multiplicatie van den halve basis door de perpendiculaar, so volgt, dat ook den Inhoud van alle scheefhoekige Triangels op selfde wijse gevonden word.

PROPOSITIE XXXIX.

So de Triangels ABC. DBC *gelijk zijn, en op de selfde Basis* BC *en aan de selfde kant staen; sullen sy ook tussen de selfde Parallelen staen: Dat is, so sal* AD *Parallel zijn aen* BC. Theor. 29



DEMONSTRATIE.

Treɕt de twe perpendicularen A E. D F.

Den inhoudt van den Triangel A B C wort gevonden door het multipliceeren van de perpendiculaar A E door den halven basis B C. a

Gelyk ook van den Triangel D B C, door het multipliceren van de perpendiculaar D F door de selfde halve basis B C. a

a Schol. a. 43. 1.

Om dat nu de Triangels A B C. D B C gelijk gestelt worden, so sal het produɕt van A E door een half B C gelijk sijn aan het produɕt van D F door deselfde halve B C.

Indien dan beyde die produɕten gedeelt worden door de selfde halve B C.

Sal de perpendiculaar A E gelijk sijn aan de perpendiculaar D F.

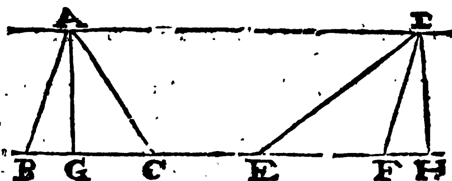
En daarom door het geseyde op de 35 Definitie,

Sal de linie A D parallel sijn aan de linie B F.

PRO-

PROPOSITIE XL.

So de Triangels ABC. DEF *gelijk zijn, en op gelijke Bases* BC. EF *en aan de selfde kant staen, sullen sy ook tusschen de selfde Parallelen* AD. BF *staen.* Theor. 30.



DEMONSTRATIE.

Trekt de twe perpendiculaaren A G. D H.

Den inhout van den Triangel A B C wort gevonden door de multiplicatie van de perpendiculaar A G door den halven basis. B C.

Die van den Triangel D E F door de multiplicatie van de perpendiculaar D H door den halven basis E F, die gelijk is aan den halven basis B C

Dewijl nu de Triangels A B C, D E F gelijk sijn so sal het product van A G door een half B C, gelijk sijn aan het product van D H door een half E F.

Daerom indien die gelijcke producten aan de eene kant gedeelt worden door een half B C en aan de andere kant door een half E F.

 Sal

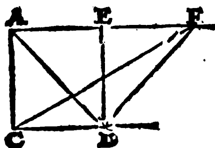
Sal de perpendiculaar AG gelijk ſijn aan de perpendiculaar DH.

En by gevolg door het geſeyde over de 35 Definitie

Sal de linie AD parallel ſijn aan de linie BF. (*a*)

PROPOSITIE XLI.

Theor. 31. *So het parallelogram* EACD *met den Triangel* FCD *een gemeynen baſis* CD *heeft, en tuſſchen de ſelfde Parallelen* AF. CD *ſtaat; ſal het Parallelogram het dubbelt van de Triangel zijn.*



DEMONSTRATIE.

Trekt AD ſo is den Triangel ACD ge-
a 37. 1. lijk aan den Triangel FCD. [a]

Maer het Parallelogram EACD is het
b 34. 1. dubbelt van den Triangel ACD. b

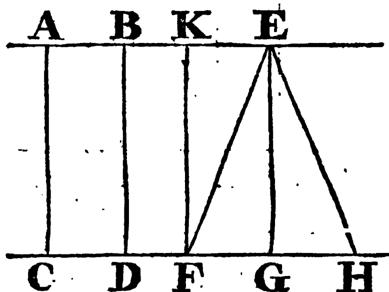
Ergo

(*a*) In deze twee voorgaande Propoſitien, mengt onze Schryver de Arithmetica met de Geometria, 't welk veele hedendaagſche Schryvers mede doen.

Ergo is 't Parallelogram E A C D ook het dubbelt van den Triangel F C D.

SCHOLIUM.

Ja ook, als het parallelogram A B C D met de Triangel E F G gelijke bases C D F G. heeft, en tussen de selfde parallelen is, Sal het parallelogram het dubbelt sijn van den Triangel.



DEMONSTRATIE.

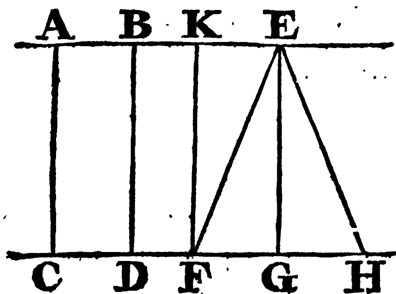
Getrocken sijnde F K parallel aan G E. So is het Parallelogram K G, door de 36. I.

Maar het parallelogram K G is het dubbelt van den Triangel E F G: door de 34. I.

Ergo sal het parallelogram A D ook het dubbelt sijn van de selfde Triangel E F G.

SCHOLIUM II.

Maer als den Triangel EFH met het parallelogram AD tusſen de ſelfde parallelen ſtaande; den baſis FH dubbelt heeft van den baſis CD: Sal den EFH gelijk ſijn aan het parallelogram AD.



DEMONSTRATIE.

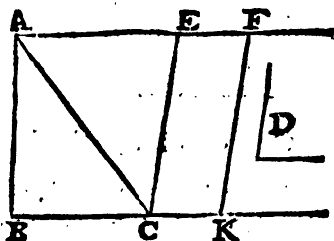
Den Triangel EFG is gelijk aan den Triangel EGH (38. I.)

Ergo is den geheelen Triangel EFH het dubbelt van den Triangel EFG: maer door 't voorgaande, is het parallelogram AD het dubbelt van de ſelfde Triangel EFG.

Ergo is het parallelogram AD gelijk aan den Triangel EFH.

PROPOSITIE XLII.

Een Parallelogram CF *te maaken, dat gelijk sy aan een gegeven Triangel* ABC, *en hebbe een hoek* C *gelijk aen een gegeven hoek* D. Prob. 12



CONSTRUCTIE.

1 Treckt uyt A de linie a AF parallel aan de verlengde basis BC. a 31. I.

2 Gemaakt hebbende CK gelijk aan de halve basis BC, trekt uyt C de linie CE, so dat den hoek ECK gelijk sy aan den hoek D.

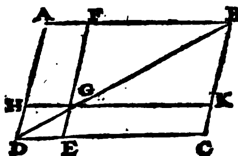
3 Trekt KF parallel aan CE, a So sal CEFK het begeerde parallelogram sijn. a E.

DEMONSTRATIE.

Dese steunt op het II Scholium van de 41. I. Om dat den Triangel A B C met het parallelogram C F tussen de selfde parallelen staande, den basis B C dubbelt heeft van den basis C K: So sal dan den Triangel A B C gelijk sijn aan het parallelogram C F; 't welk door de Constructie ook den hoek C gelijk heeft aan den hoek D.

PROPOSITIE XLIII.

Theor. 32. *Van alle Parallelograms* A C, *zijn de Complementen* A G. G C *aan malkanderen gelyk.*



DEMONSTRATIE.

Den Triangel B A D is gelijk aan den Triangel B C D. [a]

a 34. I. De Triangels B F G. G H D te samen zijn gelijk aen de Triangels B K G. G E D te samen. [a]

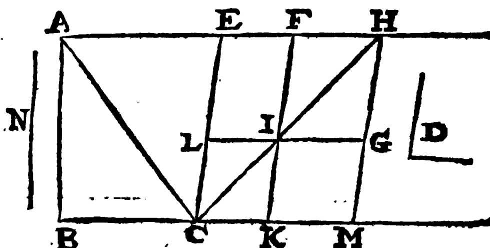
De onderste van de bovenste afgetrocken.

Blijft het Complement A G gelijk aan het Complement G C.

PRO-

PROPOSITIE XLIV.

Op een gegeve regte linie N *een parallelogram* CG *te maken, dat gelijk ſy aan een gegeven Triangel* ABC, *en een boek* C *hebbe gelijk aan een gegeven boek* D. Probl. 12.



CONSTRUCTIE.

1 Maakt volgens de 42. I het parallelogram CF gelijk aan den Triangel ABC, en hebbende den hoek C gelijk aan D.
2 Neemt CM gelijk aan N, en trekt MH a parallel aan KF, En dan CH, ſnijdende KF in I. a 31. I.
3 Door I trekt LIG parallel aan CM.
So ſal CG het begeerde parallelogram ſijn.

DEMONSTRATIE.

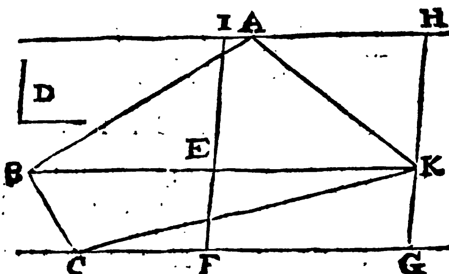
In het parallelogram EM. is
Het Complement EI gelijk aan IM. b b 34. I.
Parallelogram CI gelijk CI

Aan

Aan beijde kanten geaddeert
So is het parallelogram CF gelijk aan CG gelijk aan den Triangel ABC:
Dewijl nu den hoek LCM aan D en CM aan N gelijk is blijkt dat CG het begeerde parallelogram is.

PROPOSITIE XLV.

Prob. 13. *Een Parallelogram* FH *te maaken, dat sy gelijk aan een regtlinische Figuer* ABCK *hebbende den hoek* F *gelijk aan den gegeven hoek* D.



CONSTRUCTIE.

1 Trekt den diagonaal BK, en door de
a 31. I. punćten A en C [a] twe linien parallel aan BK.
b 10. I. 2 Snijdt BK [b] twevoudig in E, en trekt door E de linie IEF, maakende den hoek IFG gelijk D.

3 Trekt

3 Trekt door K de regte linie HKG parallel aan IF. (*a*)
So sal FH het begeerde parallelogram sijn.

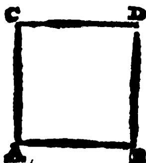
DEMONSTRATIE.

Het parallelogram EH is gelijk aan den Triangel ABK.
Het parallelogram FK is gelijk aan den Triangel BCK. II. Schol. 41. I.

Aan beijde kanten adderende, is
Het parallelogram FH gelijk aan de Figuer ABCK.

PROPOSITIE XLVI.

Op een gegeven regte linie AB *een Quadraet* ABDC *te beschryven.* Probl. 14.



CONSTRUCTIE.

1. Van d'uyterste eynden A en B trekt twe per-

(*a*) Deze Constructie past alleen op den vierhoek, en niet op figuuren van meer dan vier zyden.

perpendicularen A C. B D, beyde gelijk aan A B.

2. Trekt de regte linie C D.

Ik ſegge dat A B D C het begeerde Quadraat is.

DEMONSTRATIE.

Voor de zijden.

De zijde A C is gelijk aan B D, om dat
a Ax. 1. ſy beyde gelijk zijn aan de ſelfde A B. a

De zijde A C is Parallel aan B D, wegens
b 28. 1. de regte hoeken A en B. b

---

c 33. 1. Ergo zijn c A B en C D ook Parallel en gelijk.

En daarom zijn alle de zijden gelijk.

Voor de hoeken.

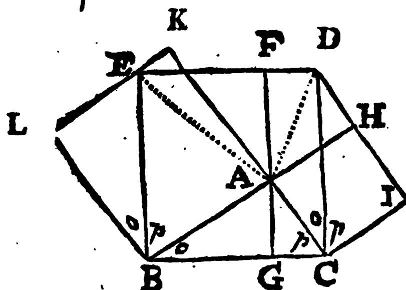
In het Parallelogram A D zijn de hoeken A en B regt: en daerom ook de overſtaende.
d 34. 1. de. d C. D.

Ergo is A B D C een Quadraat.

PROPOSITIE XLVII.

In alle regt-hoekige Triangels B A C, *is het Quadraet op de zijde* B C *tegen over de regte hoek* A, *gelijk aan de twee Quadraten, te ſamen op de twee andere zijden* B A. A C, *die om den regten hoek* A *ſtaen.*

DE-



DEMONSTRATIE.

1. Maekt op BC het Quadraat BCDE: Op AB het Quadraat ABLK: Wiens zijde LK door E gaat; maekt dan op AC, het Quadraat ACIH, wiens zijde IH verlengt zijnde, in D valt:

2. Trekt FAG Parallel aan DC, die het Quadraat BCDE deelt in twe Parallelograms GE. GD.

3. Trekt vorder AE. AD.

Nu is het Parallelogram GD het dubbelt van de Triangel CAD. a Om dat sy zijn op de selfde Basis CD, en tussen de selfde Parallelen CD. GF. a 41. 1.

Maer het Quadraet AI is ook het dubbelt van deselve Triangel ACD. a Om dat zijn op deselfde Basis AC: en tussen de Parallelen AC. DI.

Ergo

Ergo is het Parallelogram G D gelijk aan
b Ax. 6. het Quadraat A I. [b]

Op de selfde manier is.

Het Parallelogram G E het dubbelt van de Triangel B A E. [a] om dat sy zijn op de selfde Basis B E, en tussen de selfde Parallelen B F. G F.

Maer het Quadraet A L is ook het dubbelt van de selfde Triangel B A E, [a] om dat sy zijn op de selfde Basis A B en tussen de Parallelen A B. K L.

Ergo is het Parallelogram G E gelijk aan het Quadraat A L.

Maar te voren is het Parallelogram G D gelijk aan het Quadraat A I.

De onderste by de bovenste by gedaen. So zijn

De twe Parallelograms G E en G D te samen, dat is het Quadraat B D gelijk aan de twe Quadraten A I. A L te samen:

Dat te bewijsen was.

Dat nu de zijde L K door E gaet: en de verlengde I H door D, blijkt aldus: Alle de hoeken *O* en alle de *P* zijn aan malkanderen gelijk, om dat over al *O* en *P* te samen een regte hoek maken.

Daarom sal den Triangel A B C om gedraeyt zijnde op het punct B passen op den Triangel B L E:

En

En omgedraeyt zijnde op het punct C over een komen met den Triangel CID.

Dese Demonstratie schynt my voeglyker dus.

Bereiding.

Maak op [a] AB het quadraat ABKL. a 46. I.
En op AC [a] het quadraat ACIH.

Recht BE, en CD [b] perpendiculaar op BC, tot dat zy LK en IH of haare verlengde ontmoeten in E en D. b 11. I.

Trek dan ED, en GAF [c] parallel aan CD of BE. c 31. I.

DEMONSTRATIE.

LBA is gelijk CBE beide recht.
EBA EBA hier af.

Rest LBE gelijk ABC. [d] d Ax. 3.
L is gelijk BAC beide recht.
BL gelijk BA.

Ergo Triangel BLE gelijk ABC en BE gelijk BC. [e] e 26. I.

BCD gelijk ACI beide recht.
ACD ACD hier af.

f Ax. 2. Rest A C B gelijk D C I. f
B A C gelijk I beide recht.
A C gelijk C I.

Ergo Triangel B A C gelijk C I D, en B C
a. 26. gelijk C D. (a.)

Nu zyn B E, B C, en C D alle gelijk, en de hoeken C B E, en B C D recht, daarom is B C D E een quadraat op B C, door het bewijs op de 46ste Propositie.

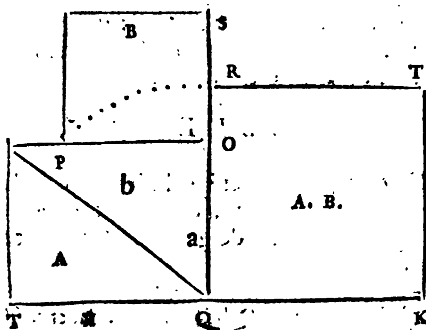
Nu is Triangel A B E de helft van A B L K,
g 41. 1. en mede van B G F E g en by gevolg gelijk
h Ax. 7. aan elkander h om deselfde reden is mede Triangel C A D gelijk de helft van A C I H, en van G C D F. En dus B C D C gelijk A B L K, en A C I H te saamen.

Dat te bewijzen was.

SCHO-

SCHOLIUM.

Dese Propositie, die een uytvindinge van Pythagoras is, mag voor een van de nuttigste gehouden worden; dewijl sy in de gehele Mathematik van seer groot gebruyk is, gelijk blijkt uyt alle die aanmerkingen die vele Geleerde Uytleggers daar op aangetekent hebben: Wy sullen kortheyts halven maer drie Problemata of Werk-stucken uyt deselve trecken, latende eerst voor af gaan het volgende LEMMA.



LEMMA.

Laet O Q perpendiculaar ſijn op de linie T K, en uyt O getrocken O P parallel aan T K: En dan Q P, ſo is Q O P een regthoekigen Triangel. (*a*)

Laet vorder op de ſyde Q O gelyk Q T gemaakt ſijn het Quadraat A of O T en op O P, gelijk aan b het Quadraat P S, of B.

Indien nu op Q R, die gelijk genomen is aan Q P, gemaakt wordt het Quadraat Q T.

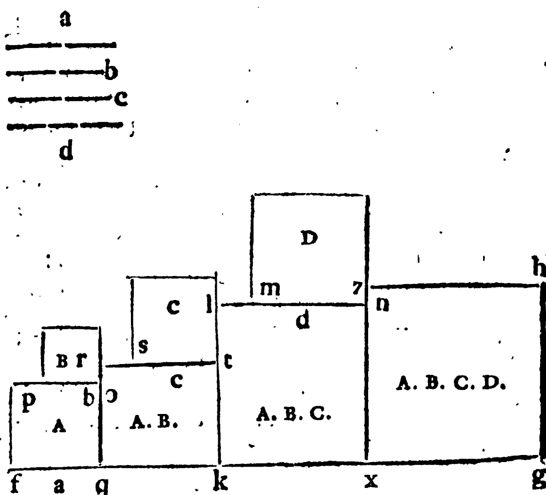
So ſal volgens de 47. I dit Quadraat Q T (gelijk aan het Quadraat Q P) ook gelijk ſijn aan de twe Quadraten O T en P S, dat is aan de twe Quadraten A en B: om welke rede het ſelve ook met die twe letters is geteeckent is. Volgt nu het

PROBLEMA I.

Gegeven ſijnde eenige linien a. b. c. d. een Quadraat te vinden, dat gelijk ſy aan alle de Quadraten van de gegevene linien te ſamen.

(*a*) De linie van Q beginnende, moet tot P getrokken worden.

CON-



CONSTRUCTI en DEMONSTRATI.

1 In de linie f G. neemt F Q gelijk aan de eerste linie a. en maekt daer op het Quadraat F O A of A.

2 In de bovenste syde van dit Quadraat A, neemt O P gelyk aan de twede linie b. en maakt daar op het Quadraat B.

3 Maakt Q. R gelyk aan de distantie Q P. (welke uytmaakt de hypotenusa van de regthoekige Triangel Q O P) en maakt op Q R het Quadraat Q T.

So sal (door 't Lemma) dit Quadraat Q T

gelyk ſijn aan de twe Quadraten A. B.

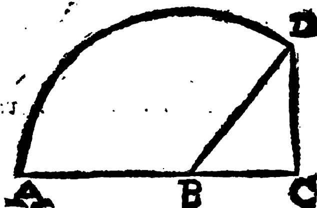
4 Daarna neemt T S gelijk aan de derde linie c. en daar op gemaakt hebbende het Quadraat C. neemt K L gelijk K S. en maakt het Quadraat K N, dat ſal wederom gelijk ſijn aan de drie quadraten A. B. C.

5 Eyndelyk neemt N M gelijk aan de laatſte linie d. en daar op gemaakt hebbende het Quadraat D neemt X Z gelijk aan X M; en maakt het Quadraat X H. ſo ſal dat wederom gelijk ſijn aan de Quadraten K N en D. dat is aan de vier Quadraten A. B. C D.

Welck alles uyt deſe 47 Propoſitie volgt; om dat (de 3 diſtantien Q P. K S. X M. getrocken ſijnde) de 3 Triangels Q O P. K T S. X N M door de conſtructie regthoekig ſijn.

PROBLEMA II.

Gegeven zynde twe ongelijke linien A B, B C. *een Quadraat te vinden, gelijk aan het verſchil van de twe Quadraten op* A B *en* B A.



1. Voegt de linien A B, B C in een regte linie aen malkanderen.

2. Uyt C trekt de perpendiculaar C D.

3. Uyt het Centrum C. met den Radius B A trekt de Cirkel-Boog A D.

Ik ſegge dat het Quadraat C D het verſchil van de Quadraten A B. B C ſal zijn.

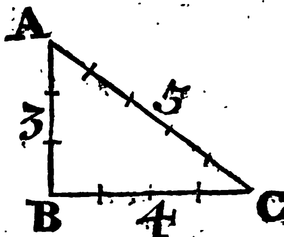
DEMONSTRATIE.

Trekt B D. So is B C D een regt-hoekigen Triangel: en daerom (47. I.) is het Quadraet B D (of B A) gelijk aen de twe Quadraten B C. C D.

Ergo, als men van 't Quadraet B A aftrekt het Quadraat B C, ſal overblijven het Quadraat C D: dat by gevolg dan ſal zijn het verſchil van de twe Quadraten A B. B C.

PROBLEMA III.

Bekent zijnde twe zijden van een regthoekigen Triangel A B C; *de derde te vinden.*



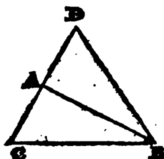
Laet bekent zijn de twe zijden A B. 3. en B C. 4. Om dat het een regthoekige Triangel is: zijn de twe Quadraten A B. 9. en B C. 16. te samen gelijk aan 't Quadraat A C. 25. uyt welk getal 25 de vierkante wortel getrocken zijnde, komt 5 voor de zijde A C.

Van gelijken laat bekent zijn de zijden A C. 5. en B C. 4. Van 't Quadraat A C. 25. trekt het Quadraat B C. 16. sal overblijven het Quadraat A B. 9. wiens vierkante wortel geeft 3. voor de gesogte zijde A. B.

PRO-

PROPOSITIE XLVIII.

Alle Triangels A B C *waer in het Quadraat* Theor. 34.
van eene zijde C B *gelijk is aan de Quadraten te samen van de twe andere zijden* A C. A B. *die hebben den hoek* C A B *regt.*



DEMONSTRATIE.

Op B A trekt A D Perpendiculaer en gelijk A C: dan trekt B D. So is in den regthoekigen Triangel A B D.

Het Quadraat B D gelijk a aan de twe Quadraten B A en A D (dat is A C) a 47. I.

Maer 't Quadraat B C is ook gelijk aan de selfde Quadraten B A. A C. door de Propositie.

Ergo is 't Quadraat B D gelijk aan 't Quadraat B C.

En daerom ook de zijde B D gelijk de zijde B C.

So is dan in de Triangels A D B. A C B.
A D gelijk A C door de Constructie.
D B gelijk C B.
A B gemeyn.

Ergo is den hoek DAB gelijk aan den hoek CAB. door de 8. I.
Maer DAB is regt door de Conſtructie.

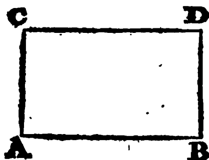
Ergo is CAB ook regt.
Dat te bewijſen ſtont.

EYNDE DES EERSTEN BOEKS.

HET TWEEDE BOEK.

DEFINITIEN I.

Het regt-hoekig Parallelogram ABGD *word geſegt begrepen te zijn van de twe regte linien* CA. AB, *die den regten hoek* CAB *maken.*

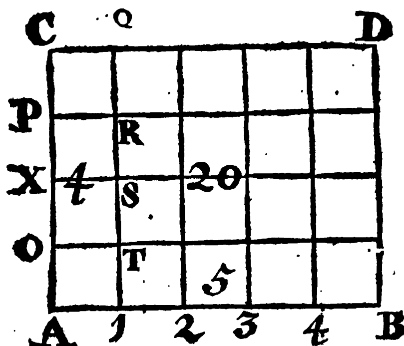


Als wy ons erinneren de oorſpronk van een Superficies, die wy te voren bygebragt hebben, ſullen wy ſeer ligt konnen vatten hoe een regt-hoekig Parallelogram gemaekt word.

Stelt CA Perpendiculaar op AB, en dat deſelve langs AB bewogen word ſodanig dat ſy altijt Perpendiculaar blijft; als CA nu gekomen ſal zijn in B, ſo ſal 't punct C. beſchreven hebben de linie CD gelijk aan AB, en dewijl de linie BD de ſelfde is met AC, ſo ſal BD ook gelijk zijn aan AC.

Waer uyt blijkt dat om den inhout van een regthoekig Parallelogram te vinden, het

genoeg is dat die twe zijden bekent zijn, die om eenen hoek ſtaen.



Op dat dit nog klaerder blijke, als mede de nauwe over-eenkomſt tuſſen de Arithmetiſche en Geometriſche multiplicatie, laten wy ſtellen dat de linie C A gedeylt is in vier gelijke delen C P. P X. X O. O A: en de linie A B in vijf, die aan de voorgaende gelijk zijn.

Als nu de linie C A over A B lopende, komt in 1 Q, heeft het punct C beſchreven de linie C Q. het punct P de linie P R: X de linie X S. O de linie O T; ſo dat met die eerſte beweginge voortgekomen zijn die vier Quadraten C R. P S. X T. O 1: namelijk ſo veel Quadraten als C A delen heeft:

Nu konnen wy ligtelijk begrijpen, dat dit even

even so veel is als of het getal 4 gemultipliceert word door 1 of de eenheyt.

Van gelijken als Q 1, (die nu voor C A moet genomen worden) met de twede beweginge gekomen is in het punct 2, sullen vier andere Quadraten gemaakt zijn, die met de vier vorige te samen 8 maken: 't welk het selfde is als of 4 twemaal door 1, of eenmael door 2 gemultipliceert wierd.

Op de selfde manier sal de derde beweginge, nog vier andere Quadraten geven; de vijfde nog de vier laetste Quadraten daer by voegende, het gehele regt-hoekig Parallelogram voltrecken, dat ons dan sal vertonen twintig sulke Quadraten: 't welk wederom even so veel is, als of 4 vijfmael door 1, of eenmaal door 5 gemultipliceert wierd; also dan van gelijken 20 komt.

Waar uyt nu verder blijkt, hoe men, den inhout en een zijde van een regt-hoekig Parallelogram, bekent zijnde, de andere zijde vinden kan: te weten, als men de bekende inhout door de bekende zijde deylt: gelijk sulks in het Parallelogram A B C D klaarlijk kan gesien worden, 't welk twintig Quadraten bevat: Nu 20 gedeylt zijnde door 4, of de bekende zijde C A geeft 5 voor de begeerde zijde A B: Of anders 20 gedeylt zijnde door 5 de bekende zijde A B, geeft 4 voor de andere begeerde zijde A C.

NOTA:

Maer die twe regt-hoeken CE. FB te ſamen zijn gelijk aan 't geheel regt-hoek CB, 't welk begrepen word van CA, dat is G en de gehele linie AB.

Ergo blijkt de waarheyt van de Propoſitie.

NOTA.

Men kan deſe Propoſitie, als ook de meeſte van dit Boek ſeer ligt en gemackelijk in getallen demonſtreren.

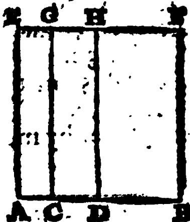
Stelt AB. 10.
AE. 7
EC. 3
G. 4

Als men CA of G. 4 multipliceert met AB 10: krijgt men den gehelen regt-hoek CB gelijk aan 40.

Daar na CA of G. 4 gemultipliceert met AE 7. geeft CE 28; En FE of G 4 gemultipliceert met EB 3, maakt FE 12, dat met 't vorige 28, ook 40 maakt.

PROPOSITIE II.

Als de regte linie AB *na believe gedeelt* Theor. II
is in C *en* D, *so sullen de regt-hoeken begrepen van de gehele* AB, *en yder deel* AC. CD. DB *te samen gelijk zijn aen 't Quadraet* AF, *dat van de gehele linie* AB *gemaekt word.*



DEMONSTRATIE.

Maekt op AB het Quadraet AF, en trekt CG. DH Parallel aan AE: dese sullen ook a 34. I.
gelijk zijn aan [a] AE dat is AB.

Den regt-hoek AG word begrepen van EA. dat is AB en 't deel AC.

Den regt-hoek CH word begrepen van GC, dat is AB en 't deel CD.

Den regt-hoek DF word begrepen van HD, dat is AB en 't deel DB.

Dewijl nu dese drie regt-hoeken A G. C H en D F, uytmaken het gehele Quadraet A F, blijkt klaar dat sy te samen aan 't selve gelijk zijn.

Ax. 13.

In Getallen.

Stelt A B. 10: A C. 2: C D 3. Ergo D B 5.

Multipliceert A C. 2. met E A. 10: komt den regt-hoek A G. 20.

Multipliceert D C. 3. met G C 10. komt den regt-hoek C H. 30.

Multipliceert D B. 5. met H D. 10. komt den regt-hoek D F. 50.

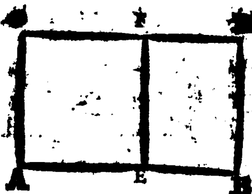
Dese drie 20. 30. 50. by malkander gedaan maken 100.

Daar na multipliceert E A. 10. met A B. komt het Quadraat A F. ook 100. gelijk met de vorige Somme van de drie regt-hoeken.

PRO-

PROPOSITIE III.

Als de regte linie AB *na believen gedeelt is in* E: *So is den regt-hoek begrepen van de gehele* AB, *en een der delen* AE, *gelijk aen 't Quadraet van 't selfde deel* AE *te samen met de regt-hoek begreepen van beyde de delen* AE, EB. Theor. III



DEMONSTRATIE.

Uyt A en B trekt de Perpendicularen AC, BD gelijk aan het deel AE: Daar na CD, en dan EF Parallel aan AC: die ook aan AC sal gelijk zijn: a a 34. I

Den regt-hoek CE word begrepen van AC, dat is AE, en van 't deel AE: Ergo is CE het Quadraat van AE.

Den regt-hoek FB word begrepen van FE, dat is 't eene deel AE; en van het ander deel EB.

Dewijl nu dit Quadraat CE en de regthoek FB den gehelen regt-hoek CB uyt-

maken, die begrepen word van C A, dat is A E, en de gehele linie A B: blykt klaar dat sy aan deselve gelijk zijn.

In getallen.

Stelt A B. 10. A E. 6. Ergo E F. 4.

Multipliceert A E. 6. met C A. (dat is A E) 6, komt 't Quadraat A E. 36.

Multipliceert E B. 4. met E F. (dat is A E.) 6, komt den regt-hoek F B 24.

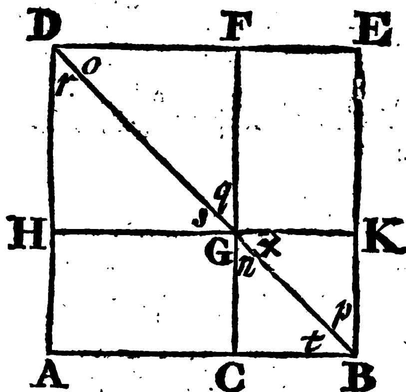
Dese twee, 36. en 24. maken te samen 60.

Daar na multipliceert A B. 10. met C A. (dat is A E) 6, komt van gelijke 60.

PRO-

PROPOSITIE IV.

Als de regte linie A B *na believen gedeelt is in* C : *so sal het Quadraat van de gehele linie* A B *gelijk zijn aen de Quadraten van de delen* A C. C B *te samen met twemael den regt-hoek begrepen van de selfde delen* A C. C B. Theor.4.



DEMONSTRATIE.

Maekt op de gehele A B het Quadraat A E, en trekt uyt C de regte C F Parallel B E, die de getrocken Diameter D B doorsnijt in G.

Dan trekt door G de linie H G K Parallel aan A B.

Dan is in den Triangel D E B.

Den hoek *O* gelijk *P*, om dat yder half regt is a

Maer *Q* is ook gelijk *P*. b

a 2 Cor. 32. I.

b 29. I.

---

c 6. I. Ergo is *O* gelijk *Q*, en daerom c D F gelijk F G.

Op de selfde manier bewijst men ligtelijk dat ook den hoek *R* is gelijk *S*, en daerom D H gelijk G H.

Maer in 't Parallelogram d G D zijn de overstaende zijden D F. H G en D H. F G aan malkanderen gelijk.

Ergo zijn alle desselfs zijden gelijk.

Maar een derselver H G is gelijk aan A C. d

d 34. I.

Ergo zijn sy alle gelijk aan 't deel A C.

En dewijl alle de hoeken regt zijn, so sal het Parallelogram D F G H een Quadraat zijn van het eene deel A C.

Op deselve manier demonstreert men dat C K het Quadraat is van het ander deel C B.

Daar na den regt-hoek F K word begrepen van F G (dat is A C.) en G K (dat is C B.)

Eyndelijk den regt-hoek A G word begrepen van 't eene deel A C, en C G. (dat is 't ander deel C B.)

Dewijl nu dese twe regt-hoeken F K. A G by de twe vorige Quadraten G D. B G. by gedaan, maken het gehele Quadraat A E. uyt, dat

dat op de gehele linie A B gemaakt is: Ergo zyn sy ook aan 't selfde gelijk. c c Ax. 13

In getallen.

Stelt A B. 10. A C. 6. Ergo C B. 4.

Multipliceert A C. 6. met A C. 6. komt het Quadraat A C. 36.

Daar na C B. 4. met C B. 4. komt het Quadraat C B. 16.

Daar na A C. 6. met C B. 4. komt 24. de regt-hoek van A C met C B. beyde delen.

Dit nog eenmaal komt 24.

Welke vier als 36. 16. 24. 24. te samen geaddeert maken 100.

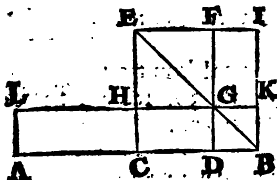
Multipliceert daar na A B. 10. met A B. 10. komt van gelijken 100. voor 't Quadraat van de gehele linie A B.

COROLLARIUM.

De Parallelograms, die om den Diameter van een Quadraat staan, zijn ook Quadraten.

PROPOSITIE V.

Theor. 5. *Als de regte linie A B gedeelt is twevoudig in C, en niet twevoudig in D. So is den regt-hoek begrepen van de ongelijke delen A D. D B te samen met het Quadraat van het middelste deel C D, gelijk aan het Quadraat van de halve linie C B.*



DEMONSTRATIE.

Maekt op de halve C B het Quadraat C I, en trekt de Diameter E B.

Daar na trekt D F Parallel aan B I.

Eyndelijk, door G trekt K L Parallel aan A B: als ook A L Parallel aan B K.

So is

De regt-hoek C G gelijk G I, om dat sy a 43. I. complementen zyn. a

Aan beyde kanten D K by gedaan.

Is den regt-hoek C K gelijk aan D I.

Maer C K is ook gelijk aan b A H: om dat sy

ſy zijn tuſſen de ſelfde Parallelen, en op gelyke Baſes.

Ergo is den regt-hoek AH gelijk aan DI.
Aan beyde kanten CG by gedaan. Komt

Den regt-hoek AG (begrepen van AD en DG of DB.) gelijk aan de Gnomon HBF.
Aan beyde kanten 't Quadraat HF by gedaan, dat gemaakt word van HG, dat is CD. c 4. II.

So is den regt-hoek AG te ſamen met het Quadraat HF gelijk aan 't Quadraat CI, dat gemaakt is op de halve linie CB.

In Getallen,

Stelt { AB. 10 So is AC. CB. 5.
DA. 8. So is DB. 2. En CD. 3. }

Multiplicer AD. 8. met DB. 2. komt 16. voor den regt-hoek ADG (om dat DG is gelijk DB.)

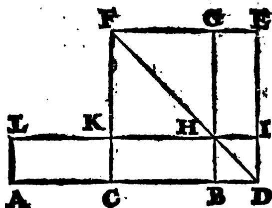
Multipliceert CD. 3. met CD. 3 komt 9. voor 't Quadraat van CD.

Welke twee te ſamen 25. maken.

Daer na multipliceert de halve linie CB. 5. door ſig ſelfs, of door 5, komt van gelijken 25. voor 't Quadraat CB: 't welk daerom gelijk is aan de twe vorige,

PROPOSITIE VI.

Theor. 6. *Als de regte linie* A B *tweevoudig gedeelt is in* C, *en by deselve een regte* B D *by gedaen word; is den regt-hoek die begrepen word van de samen gestelde* A D *en de by gedane* B D, *samen met het Quadraat van de halve* C B, *gelijk aan het Quadraat van* C D, *die uyt de halve en bygedane samen gestelt is.*



DEMONSTRATIE.

Maekt op C D het Quadraet C E. en trekt de Diameter F D.

Dan trekt uyt B, de linie B G Parallel aen D E.

Daer na trekt door H de regte I L Parallel aen A D; als ook A L Parallel aen D E.

So is

Den regt-hoek A K gelijk C H: tusschen a 36. 1. deselve Parallelen en op gelijke Basis. a

Maer de regt-hoek H E is gelijk aen deselve b 43. 1. C H, om dat sy beyde complementen zijn. b

Ergo

Ergo is A K gelijk aen HE.
Aen beyde kanten C I by gedaen. So is

Den regt-hoek A I gelijk aen de Gnomon K D G.
Aen beyde kanten by gedaen 't Quadraet K G. dat van K H of C B, de halve linie gemaekt is, komt

Den regt hoek A I, begrepen van A D en D I (dat is D B) samen met 't Quadraet K G, gelijk aen 't Quadraet C E, dat gemaekt is op C D

In Getallen.

Stelt A B. 10. So is A C. C B. 5.
Stelt B D. 2.

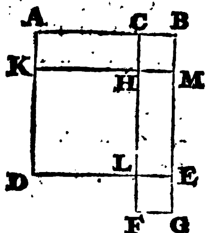
So is A D. 12. En C D. 7.
Multipliceert A D. 12. met B D. 2. komt de regt-hoek van A D. en D I. 24.
Multipliceert C B. 5. in sig selve, komt het Quadraet van C B. 25.
Dese 24. en 25. maken te samen 49.

Daer nae multipliceert C D. 7. in sig selve komt 't Quadraet van C D insgelijks 49.

PRO-

PROPOSITIE VII.

Theor. 7. *Als de regte linie* A B *na believen gedeelt is in* C; *so sal het Quadraat van de gehele linie* A B *samen met het Quadraat van 't eene deel* C B *gelijk zijn aan twemaal de regt-hoek begrepen van de selfde* A B. C B. *samen met 't Quadraat van 't ander deel* A C.



DEMONSTRATIE.

Maakt op A B het Quadraat A E. En trekt C L Parallel aan B E: Dan beschrijft op L E (die gelijk is aan C B) het Quadraat L G.

Daar na neemt B M gelijk B C, en trekt M K Parallel aan A B.

So zijn

De twe Quadraten A E. L G gelijk aan de twe regt-hoeken A M. M F te samen met het Quadraat K L.

Maar de regt-hoek A M word begrepen van

van A B en B M. dat is B C.

En de regt-hoek M F word begrepen van M G (dat is A B) en G F dat is B C.

Eyndelijk het Quadraat K L is gemaakt van K H dat A C het ander deel.

Waar uyt nu de waarheyt van de Propositie klaar blijkt.

In Getallen.

Stelt A B. 10. C B. 2. So is A C. 8.

Gemultipliceert zijnde A B. 10. met B C. 2. komt de regt-hoek A B - B C. 20. dese tweemaal genomen maakt 40.

Multiplicee rt A C. 8. in sig selfs, komt het Quadraat A C. 64.

Dese 64. met de vorige 40. maken te samen 104.

Daar na multipliceert A B. 10. in sig selfs komt het Quadraat van A B. 100.

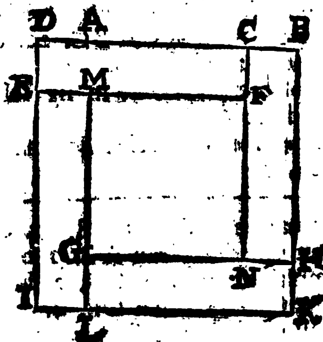
En multipliceert nog C B. 2. in sig selfs, komt het Quadraat van C B. 4.

Dewijl nu dese twe Quadraten 100. en 4. te samen ook 104. maken, blykt de waarheyt van de Propositie.

PRO-

PROPOSITIE VIII.

Theor. 8. *Als de regte linie* AB *na believen gedeelt is in* C, *en aan deselve aan gevoegt is* AD *gelijk aan* BC: *so sal viermaal de regt-hoek begrepen van de gehele* AB *en een der delen* CB *te samen met het Quadraat van het ander deel* AC. *gelijk zijn aan het Quadraat* DK *dat gemaakt word op de samen gestelde* DB.



VOORBEREIDINGE.

1 Maakt DE. IL. KH gelijk aan DA of CB. en trekt EF parallel aan DB, tot dat sy CN, parallel aan BK, ontmoet in F.

2 Uyt H trekt HG parallel aan KI, tot dat sy LM. parallel aan ID ontmoet in G.

DE-

DEMONSTRATIE.

Het geheel Quadraat DK bevat de 4 Regthoeken DF. BN. KG. IM: dewelke begrepen worden van de linien DC. CF: BH. HN: KL. LG: IE. EM: dat is die alle begrepen worden van AB en BC: met nog het Quadraat 't welk gemaakt wort op MF, dat is het andere deel A. Waer uyt dan klaarlijk blijkt, dat het gehele Quadraat gelijk is aan die 4 Regthoeken te samen met het Quadraat van het ander deel: door Def: 13. I.

In Getallen.

Stelt AB 10. AC 8. Ergo CB. AD 2. En BD 12.

Multipliceert AB 10. met CB 2. komt de reght-hoek van AB. BC 20. en dit viermael, komt 80. Theor. 91

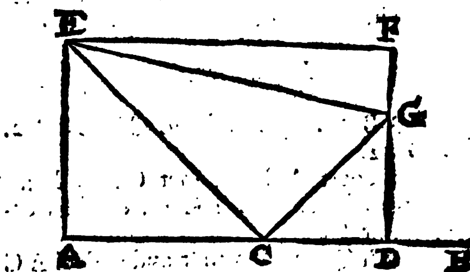
Hier by 't Quadraat van 't ander deel AC 8, te weten 64, komt te samen 144.

Daer na multipliceert de gehele samen gestelde B.D. 12 in sig selfs, komt van gelijken voor 't Quadraat van AD 144.

PRO-

PROPOSITIE IX.

Als de linie AB twevoudig gedeelt is in C, en niet twevoudig in D, so zijn de Quadraten van de ongelijke delen AD. DB te samen het dubbelt van de Quadraten AC. CD te samen, die op de halve AC, en op het middelste deel CD gemaakt worden.



VOORBEREIDINGE.

1. Uyt A en D getrocken hebbende de perpendicularen AE gelijk AC; en DG gelijk DC, trekt EC en GC: en dan nog EG.
2. Maak de gehele regt-hoek AEFD. So sullen EAC. GDC. EFG door de constructie regt-hoekige Triangels sijn.

Gelijk ook ECG. Want dewijl de 3 hoeken aan het punct C te samen sijn (13. I.) gelijk

gelijk sijn aan twe regten, so van die worden afgetrocken de twe hoeken ECA. GCD, die (Schol. 13. I.) half regt sijn, sal overblijven den hoek ECG gelijk aan een Regte.

DEMONSTRATIE.

1 Om dat in de regt-hoekige Triangels EAC. GDC is EA gelijk aan AC, en GD gelijk aan DC

So is 't Quadr. EC dubbelt van 't Quadr. AC:

't Quadr. GC dubbelt van 't Quadr. CD.

Daarom de 2 Quadraten EC. GC dubbelt van de 2 Quadraten AC. CD.

2 Maar in den regt-hoekigen Triangel ECG is

Het Quadr. EG gelijk aan de Quadraten EC. CG.

Ergo is 't Quadr. EG dubbelt van de Quadr. EC. CG.

3 In den regt-hoekigen Triangel EFG, is Het Quadr. EG gelyk aan de Quadraten: EF. FG

Ergo sijn de Quadraten EF. FG.

Dat is

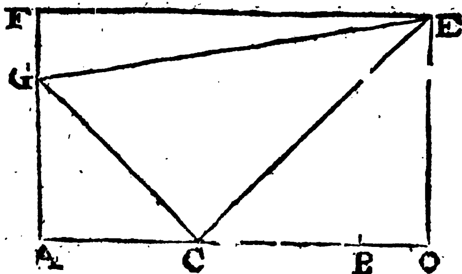
De Quadraten AD. DB. dubbelt van de Quadraten AC. CD.

In Getallen.

Laet sijn A B. 10.	D B. 3. So is
So sijn A C. C B. 5.	B D. 7. en C D. 2.
Quadraat A D. 49.	Quadr. A C. 25.
Quadr. D B. 9.	Quadr. C D. 4.
Som van A D. D B. 50.	Som gelijk 29.
De helft gelijk 29.	

PROPOSITIE X.

Theor. 10. *Als de regte* A B *twevoudig gedeelt is in* C, *en by deselve een regte* B O *by gedaan; So zijn de Quadraten van de samen gesette* A O, *en de bygedane* B O *te samen het dubbelt van de Quadraten* A C C O, *die op de halve* A C, *en op* C O, *uyt de halve en bygedane samen geset, gemaakt worden.*



VOOR-

VOORBEREIDINGE.

1 Uyt A en O getrocken hebbende de perpendiculaar AG gelijk AC en OE gelijk OC, trekt GC en EC.

2 Maakt de gehele Regt-hoek AFEO.
So sullen GAC. EOC. EFG door de constructie regt hoekige Triangels sijn: als ook mede ECG, om de selfde reden als in de voorgaande.

DEMONSTRATIE.

1 Om dat in de regthoekige Triangels GAC. EOC is GA gelijk AC en EO gelijk OC.

So is 't Quadraat GC dubbelt van 't Quadr: AC.[a] a 47. I
't Quadraat EC dubbelt van 't Quadr: CO.
Door de Additie.

De Quadraten GC. EC dubbelt van de Quadr: AC. CO.

2 Maar in den regthoekigen Triangel GCE, is [a]. 't Quadraat GE gelijk aan de Quadr: GC. EC.

Ergo is 't Quadr: GE dubbelt van de Quadr: AC. CO.

3 Eyndelyk in den regthoekigen Triangel EFG, is 't Quadraat GE gelijk aan het Quadr: EF. FG.[a]

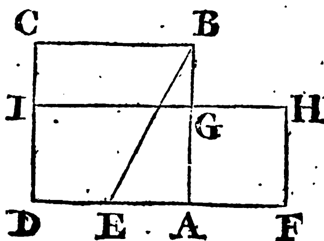
Ergo ſijn de Quadraten EF. FG.
Dat is.
De Quadr: AO. BO dubbelt van de Quadr: AC. CO.

In getallen.

Laat ſijn AB.	10.	BO. 2. So is
So ſijn AC. CB.	5.	AO. 12. en CO. 7.
't Quadraat AO.	144.	't Quadr: AC. 25.
't Quadraat OB.	4.	't Quadr: CO. 49.
Som Quadr: AO. OB	148.	Som Quadr:
Helfte	74.	AC. CO. 74.

PROPOSITIE XI.

Probl. 1. *Een gegeve regte linie* AB, *ſo te delen in* G, *dat de regt-hoek begrepen van de gehele* AB, *en het eene deel* BG *gelijk ſy aan het Quadraat van 't ander deel* AG.



CON-

CONSTRUCTIE.

1. Uyt A trekt de Perpendiculaar A D gelijk aan A B.

2. Deylt A D twevoudig in E en trekt E B.

3. Maekt E F gelijk aan E B.

4. Eyndelijk maakt A G gelijk aan A F.

Ik segge dat G het begeerde deel-punct is.

DEMONSTRATIE.

Op B A maakt het gehele Quadraat A C en op A G het Quadraat A H: Dan verlengt HG tot in I.

Om dat de linie D A is twevoudig gedeelt in E en de regte A F daar by gedaan. So is a 6. I.

Den regt-hoek van D F. F H (dat is F A te samen met het Quadraat E A gelijk aan het Quadraat E F (dat is E B.) b b 6. II.

Maar 't Quadraat E B is gelijk aan de twe Quadraten c E A. A B. c 47. I.

Ergo is den regt-hoek van D F. F H met het Quadraat E A gelijk aan de twe Quadraten E A. A B.

Van beyde kanten het gemene Quadraat E A afgetrocken. Blijft

Den regt-hoek van D F. F H gelijk aan 't Quadraat van A B. nam. A C

Van beyde kanten de gemene regt-hoek DG afgetrocken. Blijft

Het Quadraat AH (gemaakt op AG) gelijk aan de regt-hoek CG begrepen van CB (dat is AB) en BG.

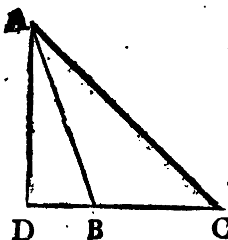
NOTA.

In getallen kan dit Problema niet ontbonden worden: dewijl de uyttreckinge der Vierkante wortel, die hier vereyscht word, gene redelijke of uyt-spreekelijke getallen uytlevert om de lengte van de linie EB of EF te bepalen.

PROPOSITIE XII.

Theor. 11. *In alle stomphoekige Triangels* ABC *is het Quadraat van de zijde* AC. *tegen over den stompen hoek* B *so veel grooter dan de twe Quadraten te samen van de andere zijden* AB. BC, *als bedraagt den dubbelden regt-hoek begrepen van de zijde* CB, *en zijn verlengsel* DB *tot aan de Perpendiculaar* AD, *die van den anderen scherpen hoek* A *valt.*

DE-



DEMONSTRATIE.

Het Quadraat AC is gelijk aan de twe Quadraten AD. AC. [a]

Maar 't Quadraat DC is gelijk aan de twe Quadraten DB. BC samen met den dubbelden regt-hoek van de selfde DB. BC. [b] — a 47. I.

Ergo dese in plaats van 't Quadraat DC gestelt. — b 4. II.

Het Quadraat AC gelijk aan de drie Quadraten AD. DB: BC te samen met den dubbelden regt-hoek van DB. BC.

Maer wederom zijn de twe Quadraten AD. DB. gelijk aen 't Quadraat AB.

Ergo dit in der selver plaats gestelt.

't Quadraat AC gelijk aen de twe Quadraten AB. BC te samen met den dubbelden regt-hoek van DB. BC.

Dat te bewijsen was.

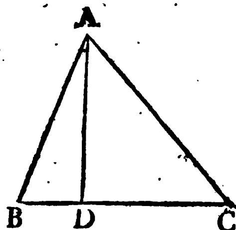
SCHOLIUM of AANMERKINGE.

Uyt dese propositie kan men in een stomp-hoekigen Triangel ABC, wiens zijden alle bekent zijn, het verlengsel BD van den Basis tot aan de Perpendiculaar vinden, door dese Regel.

Van het Quadraat der zijde AC, tegen over den stompen hoek trekt de somme der twe andere Quadraten AB. BC: En de rest deylt door den dubbelden Basis BC; het uytkomende sal zijn gelijk aen de begeerde BD.

PROPOSITIE XIII.

Theor. 12. *In alle scherp-hoekige Triangels* ABC. *is het Quadraat van de zijde* AB *tegen over den scherpen hoek* C, *so veel kleynder dan de twe Quadraten te samen van de andere zijden* AC. BC; *als bedraagt den dubbelden regt-hoek. begrepen van de zijde* BC. *en sijn deel.* CD, *genomen tot aan de perpendiculaar* AD *die uyt den anderen scherpen hoek* A *valt.*



DEMONSTRATIE.

De twe Quadraten BC. DC zijn gelijk aan 't Quadraat BD met den dubbelden regt-hoek van deselve BC. CD.[a] [a] 7. II.

Aan beyde kanten 't Quadraat AD bygedaen.

Zijn de drie Quadraten AD. DC. BC gelijk aan de twe Quadraten AD. DB te samen met den dubbelden regt-hoek van BC. CD.

Maer de twe Quadraten AD. DC zijn gelijk aan 't Quadraat AC.[b] b 47. I.

En de twe Quadraten AD. DB gelijk aan 't Quadraat AB.[b]

Ergo dese in hare plaatsen gestelt.

Zijn de twe Quadraten AC. BC gelijk het Quadraat AB te samen met den dubbelden regt-hoek BC. CD.

SCHOLIUM.

Uyt dese Propositie volgt wederom een manier om uyt alle de zijden van een scherphoekigen Triangel ABC, het deel CD van den Basis te vinden volgens dese Regel.

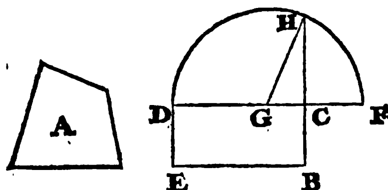
Van de somme der Quadraten AC. BC, om den hoek die 't begeerde deel CD raakt, trekt het Quadraat AB, tegen over de selfden hoek C.

De rest deylt door den dubbelden Basis BC: so sal het komende gelijk zijn aan de begeerde CD.

Probl. 2.

PROPOSITIE XIV.

Een Quadraat te maken dat gelijk zy aan een voorgegeven regt-linische Figuer A.



CONSTRUCTIE.

a 45.1. 1. Maakt den regthoek BD gelijk aan a A; So die alle zijden gelijk heeft, is sy het begeerde Quadraat: Maar so niet

2. Verlengt DC in F, dat CF sy gelijk aan CB.

3. Be-

3. Beschrijft op DCF een halve Cirkel DHF.

4. Eyndelijk verlengt BC tot aan de halve Cirkel in H.

Ik segge dat het Quadraat CH is gelijk aan de regt-linische Figuer A.

DEMONSTRATIE.

Trekt den Radius GH.

Den regt-hoek DC. CF (of CB) te samen met 't Quadraat GC is gelijk aan 't Quadraat GF a (dat is GH.) a 5. II

Maar 't Quadraat GH is gelijk aan de twe Quadraten GC. CH.

Ergo dese in sijn plaats gestelt zijnde.

Den regt-hoek DC. CB te samen met het Quadraat GC. gelijk aan de twe Quadraten GC. CH.

Aan beyde kanten 't Quadraat GC afgetrocken.

Den regt-hoek DC. CB gelijk aan 't Quadraat CH.

Maar den regt-hoek DC. CB is gelijk aan de Figuer A. door de Constructie.

Ergo is het Quadraat CH ook gelijk aan de regt-linische Figuer A.

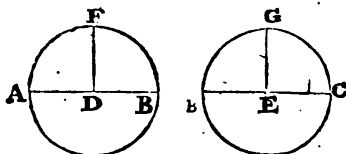
Dat te doen was.

EYNDE DES TWEEDEN BOEKS.

HET

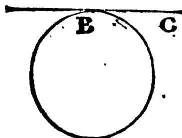
HET DERDE BOEK.

DEFINITIEN I.



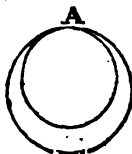
Gelijke Cirkels zijn, welkers Diameters AB. BC; *of welkers Radii* DF. EG, *gelijk zijn.*

II.



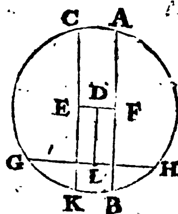
Een regte linie word gesegt een Cirkel te raken, die de Cirkel ergens, te weten in B, *rakende, so sy verlengt word na* C, *de Cirkel niet snyt.*

III.



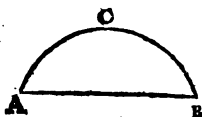
Cirkels worden gesegt malkanderen te raken, die malkanderen in A *rakende, de een d'ander niet doorsnijden.*

IV.



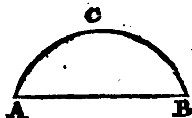
In een Cirkel worden de linien AB. CK *gesegt even verre van 't Centrum af te staan, als de Perpendicularen* DF. DE *uyt het Centrum op deselve vallende, gelijk zijn. Maar* GH *word gesegt verder af te staan, als op deselve een groter Perpendiculaar* DI *valt.*

V.



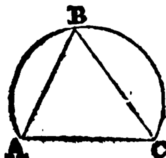
Cirkel-ſtuk is een Figuer die van de regte A B *en de Cirkel-boog* A C B *begrepen word.*

V I.



Cirkel-ſtuks hoek is C A B, *begrepen van de regte linie* A B, *en den boge* A C.

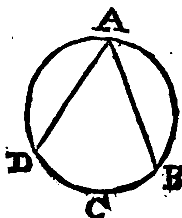
V I I.



Hoek in 't Cirkel-ſtuk A B C, *is wanneer van beyde de eynde der regte linie* A *en* C, *tot een ſelfde punct* B *in de boge genomen, twee regte linien* A B. C B. *getrocken worden.*

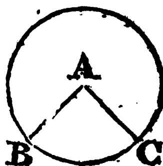
VIII.

VIII.



Maer als de regte linien AD. AB, *die den hoek* DAB *bevatten, een boog* DCB. *begrijpen; so word den hoek* DAB *gesegt op dien boge* DCB *te staen.*

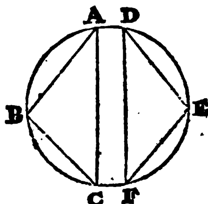
IX.



Sector van de Cirkel, of Cirkel-deylder, is als in 't Centrum A *den hoek* BAC *gemaakt is: Namentlijk, een Figuer begrepen van de twe Radii* AB. AC, *die den hoek* BAC *maaken, en van de afgesneden boge* BC.

X.

X.



Gelijkformige Cirkel-stucken zijn ABC. DEF: *welke gelijke hoeken* ABC. DEF *begrijpen; of in welke de hoeken* ABC. DEF *aan malkanderen gelijk zijn.*

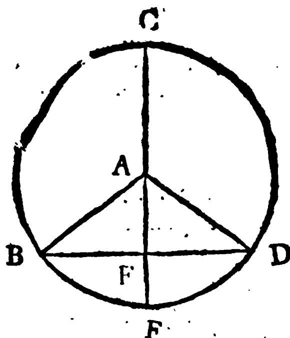
Die Cirkelstucken worden eygentlyk gesegt gelijkformig te sijn, dewelke gelijknamige delen sijn van hare gehele Cirkels: dat is, so het eene Cirkelstuck is $\frac{1}{2}$ of $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ van sijne Cirkel, dat het andere ook sy $\frac{1}{2}$, of $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ van sijne Cirkel.

Waar uyt dan volgt, indien de gehele Cirkels gelijk sijn, dat hare gelijkformige Cirkel-stucken ook noodsakelijk moeten gelijk sijn: Als ook, dat twe of meer gelijkformige Cirkelstucken van een selfde Cirkel aan malkanderen gelijk sijn.

PRO-

PROPOSITIE I.

Van een gegeve Cirkel BCD *het Centrum* A *te vinden.* Probl. 1.



CONSTRUCTIE.

1 Trekt in de Cirkel een linie BD na believen en deelt de selve twevoudig in F.[a] a 10. I.

2 Trekt door F de perpendiculaar CE,[b] b 11. I. die de Cirkel aan beyde kanten in C en E aanraakt.

3 Deelt die perpendiculaar CE twevoudig in A.[a] Ik segge dat A is het begeerde centrum.

DEMONSTRATIE.

Dewijl uyt het punct F (indien het selve niet in het centrum is) altijt een regte linie tot het centrum kan getrocken worden, laten wy stellen dat uyt F. tot een seker punct van de linie FC na believen genomen, als A. als of dat het centrum was getrocken, is de regte linie FA: in welk geval volgens de definitie en de natuurlijke eygenschap van de cirkel de twe regte linien AB. AD sullen sijn radii van die cirkel en daarom gelijk. So is dan

In de Triangels AFB. AFD.
De syde AF gelijk AF.
AB gelijk AD.
FB gelijk FD.

Ergo door de 8. I.
Den hoek AFB gelijk AFD.
En daarom beyde Regt.

Waar uyt nu blijkt dat uyt het middelste punct F van de linie BD, een perpendiculare linie tot het centrum moet getrocken worden.

Maar door de Constructie is de linie EA perpendiculaar uyt het midden van BD.

Ergo volgt ook dat het Centrum in die perpendiculaar EC is: En wel in 't middelste punct A, op dat de Radii AC. AE gelijk worden.

Hier uyt wort nu natuurlijk afgeleyt het volgende

CO-

COROLLARIUM.

Indien de regte linie CE in een cirkel een andere linie BD twevoudig in F en met regte hoeken BFC. DFC, snijt so sal in die snijdende CE; het centrum A van de Cirkel sijn

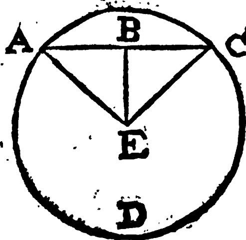
Besiet de voorgaande Figuer.

DEMONSTRATIE.

Dese blijkt klaar en oogschijnlijk uyt de voorgaande Demonstratie: of liever is met die een en de selfde.

PROPOSITIE II.

So in den omtrek van de Cirkel ADC *twe* Theor. 1. *punsten* A. C. *na believen genomen worden: Sal de regte linie* AC, *die door deselve getrocken word, binnen de Cirkel vallen.*



DEMONSTRATIE.

Uyt het gevonde Centrum E getrocken hebbende de twe Radii E A. E C, trekt op A C na beliven de regte E B.

Dan is den gelijkbenigen Triangel E A C.

a 5. 1. Den hoek A gelijk aan den hoek C. [a]

Maar den uytwendigen hoek E B A is gro-
b Schol. ter als den inwendigen C. [b]
13. 1. Ergo is E B A ook groter als A.

En daarom is in den Triangel E B A, de zijde E A tegen over de groter hoek, ook
c 19. 1. grooter als de zijde E B. [c]

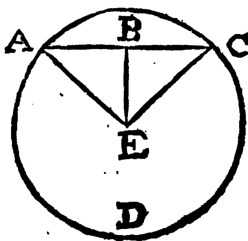
Maar de linie E A komt maar aan den omtrek, als zijnde Radius:

Ergo is het punct B binnen de Cirkel.

En deselve Demonstratie kan op alle de puncten van de linie A C gepast worden.

Ergo valt de gehele linie A C binnen de Cirkel:

Dat te bewijsen was.



SCHO-

SCHOLIUM.

Indien boven AC, een andere en wederom een andere linie getrocken word, so sullen die punĉten A en C nader en nader tot malkanderen toekomen, tot dat sy eyndelijk in een selfde punĉt te samen komen.

Dan sal de linie die door dat punĉt getrocken wordt, niet gaan door twe verscheyde punĉten (gelijk te voren A en C waren) maar door een alleen; by gevolg sal sy de Cirkel niet snijden, maar aanraken.

Waar uyt men dan besluyten mag, dat een regte linie een Cirkel maar in een punĉt aanraakt; gelijk sulks uyt de volgende 16. Prop. van dit boek nader sal blijken.

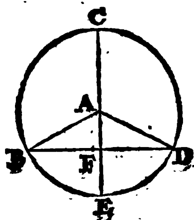
PROPOSITIE III.

I. DEEL.

So in een Cirkel de regte linie CE *door 't Centrum gaande, een andere* BD, *niet door 't Centrum getrocken, twevoudig in* F *snijt, sal sy deselve ook met regte hoeken snyden.* Theor. 2.

II. DEEL.

En so sy die met regte hoeken snijt, so sal sy deselve ook twevoudig snijden.



DEMONSTRATIE.

I. DEEL. Getrocken hebbende de Radii A B, A D.

So is in de Triangels A F B. A F D.

De { zijde A B gelijk A D, om dat Radii zijn.
zijde F B gelijk F D door de Propositie.
zijde A F gemeen,

---

a 8. I. [a] Ergo is den hoek A F B gelijk A F D; die daarom regt zijn.[b]

b Def. 10. I. II. DEEL. In deselve Triangels A F B. A F D. is,

Den hoek A B F gelijk A D F, om dat B A D een gelijk-benige Triangel is.

Den hoek A F B gelijk A F D door de Propositie. nam: beyde regt

De zijde A F gemeen,

Ergo

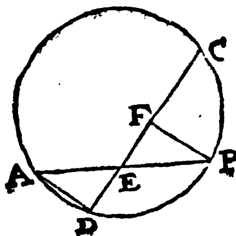
Ergo is de zijde BF gelijk FD. c 26. I.
Dat te bewijsen was.

COROLLARIUM.

So in een gelijk-zijdigen of gelijk-benigen Triangel een linie den Basis twevoudig snijt; die sal ook Perpendiculaar op deselve staan: En omgekeert.

PROPOSITIE IV.

So in een Cirkel twe regte linien AB. DC *niet beyde door 't Centrum gaande, de eene d'andere door snijden: die sullen beyde niet twevoudig gesneden worden.* Theor. 3.



DEMONSTRATIE.

Gestelt sijnde dat de linie AB van de andere DA, twevoudig gedeelt wort in E,

 trekt

trekt A D en B F parallel aan A D.
Dan is in de Triangels A E D. B E F.
De ſyde A E gelijk B E
a 15. I. Hoek E gelijk E. [a]
b 29. I. Hoek A gelijk B. [b]

Ergo is door de 26. I.
De ſyde E D gelijk E F,
Maar E C is groter als E F. (*a*)

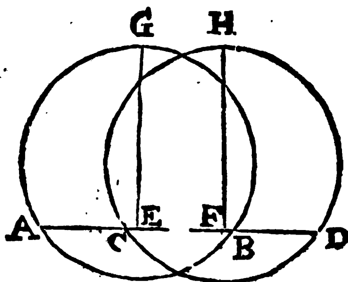
Ergo E C ook groter als E D.
So word dan D C niet wederom tweveudig geſneden van de andere A B.
En deſe Demonſtratie heeft plaats, of de linie D C door 't centrum gaat of niet; dewyl de linie A D altijt kan getrocken worden, als ook B F parallel aan A D.

(*a*) Dit is niet beweſen, maar alleen onderſtelt.

PRO-

PROPOSITIE V.

Twe Cirkels AGB. CHD, *die malkanderen doorsnijden, hebben niet een en selfde Centrum.*



DEMONSTRATIE.

Trekt door beyde de Cirkels de regte linie AD.

Dan sullen de linien AB. CD in beyde de cirkels ingeschreven, verscheijde sijn, en daarom ook hare middelste punčten E en F, verscheyde: en gevolglijk ook de perpendicularen EG. FH verscheyde.

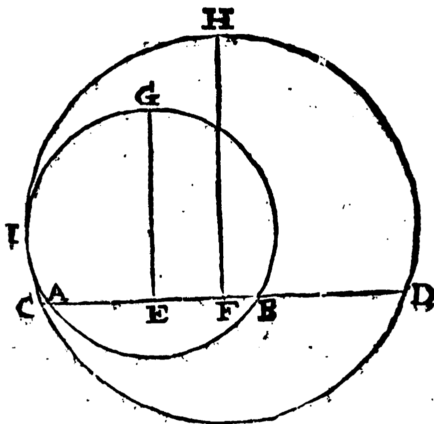
Maar het centrum van de Cirkel AGB is in de perpendiculaar EG a: En het centrum van de Cirkel CHD in de andere perpendiculaar FH. a — a Cor. III.

Ergo hebben die Cirkels niet een selfde Centrum.

PRO-

PROPOSITIE VI.

Theor. 5. *Twee Cirkels* AGB. CHD, *die malkanderen inwendig aanraken in* I, *hebben niet een selfde Centrum.*



DEMONSTRATIE.

Trekt door beyde de Cirkels de regte linie CD.

Dan sullen de linien AB, CD in beyde de Cirkels ingeschreven, verscheyde sijn: en daarom ook hare middelste puncten E en F verscheyde: en gevolglijk ook de perpendicularen EG. FH verscheyde.

Maar het Centrum van de cirkel AGB is in

in de perpendiculaar EG a: En het Centrum van de cirkel CHD in de andere perpendiculaar FH. a

a Cor. 1. III.

Ergo hebben die cirkels niet een selfde Centrum.

PROPOSITIE VII.

So van een punct G *in een Cirkel buyten het Centrum genomen, eenige regte linien tot den omtrek getrocken worden,* GA. GC. GD. GE. GB. GN.

Theor. 7.

Dan

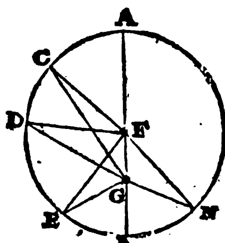
1. *Sal* GA *de grooste van alle zijn, die door 't Centrum* F *gaet.*

2. *Sal* GB *'t overige van den Diameter* AB, *de kleynste van alle zijn.*

3. *Sal van de andere de linie* GC *grooter zijn als een van de andere, om dat sy 't naast by de grooste* GA *komt.*

4. *Sullen van dat punct* G *niet meer als twe linien* GE. GN. *tot de Circumferentie konnen getrocken worden, die aan malkanderen gelijk zijn.*

DE-



DEMONSTRATIE.

I. DEEL. Getrocken zijnde F C: so zijn in den Triangel G F C.

a 20. I. De twe zijden G F. a F C te samen grooter als G C.

Maar G F. F C te samen zijn gelijk aan G A. om dat F C is gelijk F A.

Ergo is G A groter als G C.

II. DEEL. Trekt F E: dan zijn in den Taiangel F G E.

De twe zijden F G. G E groter als F E, dat is F B.

Aan beyde kanten F G afgetrocken.

---

b Ax. 4. Blijft G E b grooter als G B.

III. DEEL. Trekt F D: So is in de Triangels C F G. D F G.

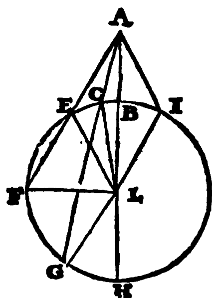
De (zijde C F gelijk D F.
(zijde F G gemeyn.

Maar

Maar den hoek CFG grooter als DFG.
Ergo is den Basis CG [c] grooter als DG. c 24. 1.

IV. DEEL. Dit blijk uyt de voorgaande: want so drie gelijke linien GD. GE. GN. konnen getrocken worden: so souden twe van deselve aan eene kant gelijk zijn: 't welk strijt tegen het derde Deel.

PROPOSITIE VIII.



So van een punct A *buyten de Cirkel genomen, tot den omtrek eenige regte linien* AH. AG. AF. AI. *getrocken worden.* Theor. 7.

So

1. *Sal* AH. *die door 't Centrum gaat, de grootste zijn van alle de linien die op de bolle omtrek vallen.*

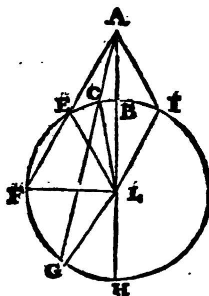
2. *Sal* AG *grooter zijn als van de andere, om dat sy nader by* AH *de grootste komt.*

3. *Sal de linie* AB, *die verlengt zijnde, door 't Centrum gaat de kleynste zijn.*

4. *Sal* AC, *die nader by de kleynste* AB *komt, kleynder zijn als de verder afslaende* AE.

5. *Sullen van 't punct* A *niet meer als twe linien* AE. AI. *tot den omtrek konnen getrocken worden, die aan malkanderen gelijk zijn.*

DE-



DEMONSTRATIE.

I. DEEL. Trekt LG: So zijn in den Triangel ALG.

De twe zijden AL. LG te samen grooter a 20. 1. als AG. a

Maar AL. LG te samen zijn gelijk aan AH. om dat LG is gelijk LH en AL gemeyn.

Ergo is ook AH grooter als AG.

II. DEEL. Trekt LF. So is in de Triangels ALG. ALF.

De { zijde AL aan beyde gemeyn. zijde LG gelijk aan LF.

Maar den hoek ALG grooter als ALF.

b 24. 1. Ergo is de Basis AG grooter als AF. b

III. DEEL. Trekt LC: So zijn in den Triangel ACL.

De

De twe zijde zijden A C. C L. grooter als A L. c c 20. I.

C L gelijk aan B L.

De onderste van de bovenste afgetrocken.

Blijft A C grooter als A B. d d Ax. 4.

IV. DEEL. Trekt L E: So zijn in de Triangels A E L. A C L.

De twe buytenste zijden A E. e E L te samen groter als de twe binnenste A C. C L te samen. e 21. I.

E L is gelijk aan C L.

De onderste van de bovenste afgetrocken.

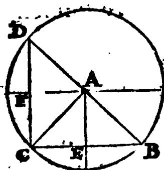
Blijft A E groter als A C.

V. DEEL. Blijkt uyt de voorgaande: om dat so meer als twe linien konnen getrocken worden, die gelijk zijn, so moet volgen dat aan eene kant twe of meer aan malkanderen souden gelijk zijn: 't welk tegen de voorgaande delen strijt.

PRO-

PROPOSITIE IX.

Theor. 8. *Als van een punct* A *binnen de Cirkel meer als twe regte gelijke linien tot de omtrek konnen getrocken worden, als* AB. AC. AD; *So is* A *het Centrum.*



DEMONSTRATIE.

Trekt de regte linien DC. CB, en deelt deselve twevoudig in F en E: dan trekt de linien FA. EA.

Dan is in de Triangels AFD. AFC.

de zijde {
AF aan beyde gemeen.
AD gelijk aan AC. door de Propositie.
FD gelijk aan FC door de Constructie.
}

---

a 8. 1. Ergo is den hoek AFD gelijk aan AFC a
b Def. 10. 1. En daarom beyde regt. b

Ergo

Ergo is in de Perpendiculaar FA het Centrum. c — c Cor, 1. III.

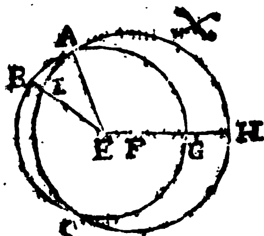
En op deselve manier demonstreert men door de Triangels AEC. AEB dat het Centrum ook is in de Perpendiculaar EA.

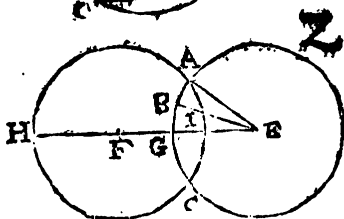
Ergo is het Centrum noodsakelijk in het doorsnijd punct A: om dat de twe linien FA. EA. geen ander punct als A gemeen hebben.

Dat te bewijsen was.

PROPOSITIE X.

Twe cirkels ABC. AHC. *door snijden malkanderen niet in meer als twe puncten* A *en* C. — Theor. 9.





DEMONSTRATIE.

Trekt door de Centra van de cirkels E en F de regte linie EFH: als ook uyt E het centrum van de eene Cirkel tot het door snijdpunct A de regte EA.

Daarna uyt het selfde centrum E trekt een radius EB na believen die de andere cirkel in het punct I door snijdt:

Dan is EA groter als EI, in de Figuur X door de 7. III; en in de figuur Z door de 8. III.

Maar EA is gelijk aan EB.

Ergo is EB groter als EI.

En daarom door snijden de twe bogen ABC. AIC. malkanderen niet in het punct I.

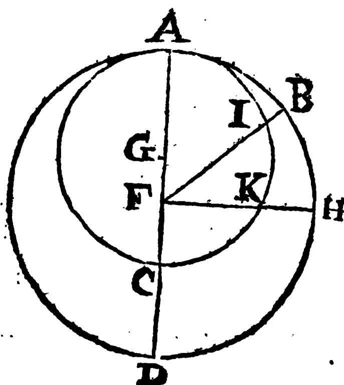
Op de selfde manier kan men demonstreren dat de doorsnijdinge niet geschiet in eenig ander punct van den boge AIC.

Gelijk men ook op de selfde manier demonstreren kan dat de overige bogen AGC. AHC malkanderen niet konnen doorsnijden: waar uyt dan volgt dat de doorsnijdinge alleenlijk geschiet in de twe puncten A en C.

PRO-

PROPOSITIE XI.

So twee cirkels ABD. AIC *malkanderen* Theor. 10.
inwendig aanraken in A : *sal de regte linie* FG *die hare centra samen voegt, verlengt sijnde, door het raakpunct* A *gaan.*



DEMONSTRATIE.

Verlangt sijnde GF in D, die de binnenste cirkel in C doorsnijt, trekt in de buytenste cirkel de radii FH. FB, snijdende de binnenste in K en I.

Dan sal in de binnenste cirkel, FC door de 7. III. de kleynste sijn, die uyt F tot den

omtrek kan getrocken worden : waarom ook C D de allergrootste afstant van de Cirkels sal sijn.

Maar F K is groter als F C.
Ergo is de afstant K H kleynder als C D.

Wederom F I is groter als F K.
Ergo de afstant I B kleynder als K H.

Eyndelijk is F A groter als F I.
En daarom de afstant in A kleynder als I B.

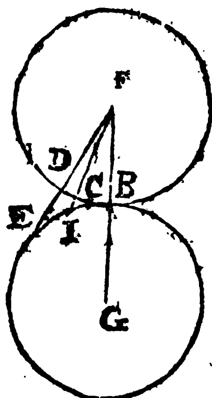
Om dat nu door de 7. III. F A de allergrootste is van de linien, die uyt F tot den omtrek konnen getrocken worden, volgt uyt 't vorige dat de afstant van de twe cirkels in A ook de allerkleynste is : Of liever (om dat de cirkels malkanderen in een seker punct gestelt worden aan te raken) geheel geen afstant:

Waar uyt dan blijkt, dat de linie F G, die de aldergrootste is, verlengt synde, nootsakelijk moet vallen in A het raakpunct van de Cirkels.

PRO-

PROPOSITIE XII.

So twee Cirkels DCB, EIB. *malkanderen* Theor. 11
uytwendig aanraken in B: *sal de regte* FG,
die hare Centra F. G. *samen voegt, door het*
raakpunt B *gaan.*



DEMONSTRATIE.

Uyt het centrum F van de bovenste cirkel trekt de regte linien F E. F I die de bovenste cirkel in D en C doorsnijden.

Dan sal ten opsigte van de onderste cirkel door de 8. van 't III, F E groter sijn als F I.

Waarom dan ook de distant D E groter is als C I.

Wederom is F I groter als F B.
Ergo de afstant C I groter als in B.

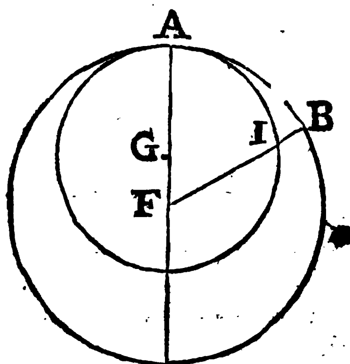
Dewijl nu door deselve 8. III. F B de alderkleynste is, volgt uyt het vorige dat de afstant der cirkels in B, is de alderkleynste, of liever (om dat de Cirkels in sekere plaats malkanderen aanraken) geheel gene afstant;

Waar uyt dan blijkt dat de linie F G, waar in de korste F B begrepen word, noodsakelijk door B het raakpunct van de Cirkels gaat.

PROPOSITIE XIII.

Theor. 12. *Twe Cirkels* A B. A I *raaken malkanderen in niet meer als een punct, 't sy inwendig, 't sy uyt-wendig.*

DE-



DEMONSTRATIE.

I. *Geval.*

Trekt FG die de Centra F. G ſamen voegt: die ſal verlengt ſijnde, door de 11. III. vallen in het raakpunct A:

Daar na trekt F I B, ſo ſal, door de 7. III, in de binnenſte cirkel F A grooter ſijn als F I.

Maar F A raakt tot aan den omtrek van de buytenſte Cirkel:

Ergo raakt F I niet tot den omtrek.

En daarom raken die twe cirkels malkanderen niet in het punct I.

Maar die ſelfde Demonſtratie heeft plaats in alle de puncten van de kleyne Cirkel:

Ergo sullen die twe Cirkels malkanderen maar in een punct aanraken.

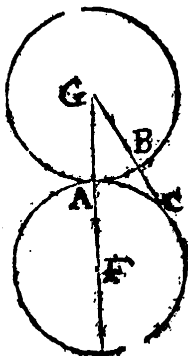
Of op dese manier.

Uyt de voorgaande 11 Prop. en sijn demonstratie blijkt dat het raakpunct is in A alwaar F A de grootste linie van de kleynste cirkel valt.

Maar die grootste is maar een alleen.

Ergo is 'er ook maar een raakpunct, nam: in A.

II. *Geval.*



Trekt

Trekt FG. die de centra samen voegt, die sal volgens de 12. III. door 'traakpunct A gaan: Daar na trekt de linie G E C: Dan is door de 8. III. GC groter als GA.

Maar GA gelijk aan GB.

Ergo GC grooter als GB.

Daarom raakt de bovenste cirkel G de onderste F niet in het punct B.

Maar de selfde Demonstratie heeft plaats in alle de puncten van de Cirkel G.

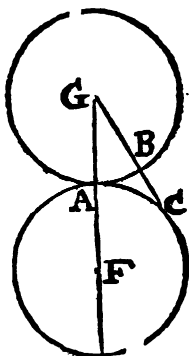
Ergo sullen die twe Cirkels maar in een punct aanraaken.

Of nog op dese manier

Uyt de voorgaande 12 prop: en desselfs demonstratie blijkt dat het raak punct is in A, alwaar de allerkleynste GA op de onderste Cirkel valt:

Maar die kleynste is maar een enige.

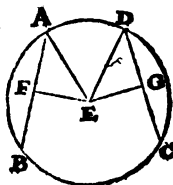
Ergo is 'er ook maar een eenig raak punct nam: in A.



PROPOSITIE XIV.

Theor. 13. 1. *In een Cirkel staan de regte gelijke linien* AB. DC *even verre van 't Centrum.*

2. *En de linien die even verre van 't Centrum afstaan, zijn gelijk.*



D E

DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

Uyt het Centrum E trekt de Perpendicularen EF. EG; die sullen de linien AB. DC [a] twevoudig delen: En om dat de gehele linien gelijk zijn, sullen de helften AF. DG ook gelijk zijn: Trekt daar na EA. ED. [a] 3. III.

So zijn in de regt-hoekige Triangels AFE. DGE.

De twe Quadraten [b] AF. FE gelijk 't Quadraat AE.

De twe Quadraten [b] DG. GE. gelijk 't Quadraat DE. [b] 47. I.

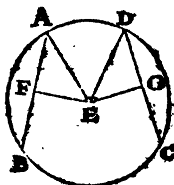
Ergo om dat AE is gelijk DE, zijn de twe Quadraten AF. FE gelijk aan de twe Quadraten DG. GE.

Maar 't Quadraat AF is gelijk 't Quadraat DG.

De onderste van de bovenste afgetrocken.

Blijft 't Quadraat FE gelijk aan 't Quadraat GE.

Ergo zijn de linien FE. GE, en by gevolg ook de afstaanden gelijk.



II. DEEL.

Boven zijn

De twee Quadraten A F. F E gelijk aan de twee Quadraten D G. G E.

Maar 't Quadraat F E gelijk aan 't Quadraat G E.

De onderste van de bovenste afgetrocken.

Blijft 't Quadraat A F gelijk 't Quadraat D G.

Ergo is de linie A F gelijk D G en daarom hare dubbelde.

A B gelijk D C.

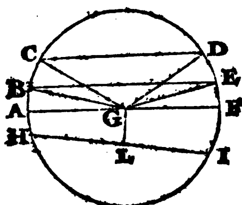
Dat te bewijsen was.

PROPOSITIE XV.

Theor. 14. 1. *In de Cirkel* A B C D *is den Diameter* A F *de grootste van alle linien die in de selve ingeschreven zijn.*

2. *En van de andere is* B E *grooter, die nader by 't Centrum komt.*

D E.



DEMONSTRATIE.

I. DEEL. Treckt GB. GE: so zijn in den Triangel BGE.

De twe zijden [a] BG. EG te samen grooter als BE. [a] 20. 1.

Maar BG. GE te samen zijn gelijk AF den Diameter.

Ergo is AF grooter als BE.

II. DEEL. Trekt GC. GD: So is in de Triangels BGE. CGD.

De (zijde BG gelijk aan CG.
(zijde GE gelijk aan GD.

Maar den hoek BGE grooter als CGD.

Ergo is den Basis BE [b] grooter als den Basis CD. [b] 24. 1.

Dat te bewijsen was.

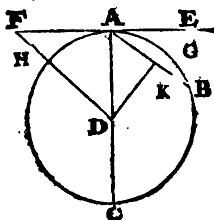
PRO-

PROPOSITIE XVI.

Theor. 15. *So door het uyterste punct* A *van den Diameter* C A, *één Perpendiculaar* F E *getrocken word.*

1. *Die valt geheel buyten de Cirkel en raakt deselve in* A.

2. *Tusschen die Perpendiculaar en de Cirkel kan tot het raak-punct* A *gene andere linie getrocken worden, die de Cirkel niet snyd.*



DEMONSTRATIE.

I. DEEL. Uyt het Centrum D trekt tot een punct F na believen genomen de linie D F.

So is den Triangel D A F.

Den hoek A grooter als F; om dat A regt is.

---

a 19. I. Ergo is D F grooter als D A. a

Maar D H gelijk aen D A. om dat Radii zyn.

Ergo

Ergo is D F grooter als D H: Maar 't punct H is in de omtrek. Ergo F daar buyten.

Op de selfde manier Demonstreerd men dat alle de puncten van de linie F E; en daarom de gehele linie F E (uytgenomen 't punct A.) buyten de Cirkel valt.

Waar uyt dan van selfs volgt dat de linie F E de Cirkel maar in een punct A raakt.

II. DEEL. Uyt 't raak-punct A trekt A B. die sal de Cirkel snijden.

Trekt uyt het Centrum D de linie D K Perpèndiculaar op A B: So is in den Triangel D K A.

Den hoek D K A grooter als D A K.

Ergo is de zyde D A [a] grooter als D K. [a] 19. I.
Maar D A valt in den omtrek.

Ergo valt D K daar binnen: en by gevolg snijt A K B de Cirkel.

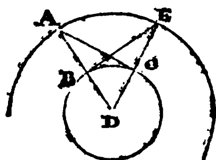
Dat te bewijsen was. *

* Dese Propositie heeft noch twee leden, welke voor eerst aanvangende duister, en van weinig nut zyn.

PRO-

PROPOSITIE XVII.

Probl. 2. *Van een gegeve punct A een regte linie AC te trecken, die de gegeve Cirkel raakt.*



CONSTRUCTIE.

1. Uyt het punct A trekt tot het Centrum van de Cirkel de regte AD.
2. Uyt het Centrum D met den Radius DA beschrijft de Cirkel-boge AE.
3. Uyt B trekt de perpendiculaar BE en voegt ED te samen.
4. Trekt AC.

Ik segge dat de linie AC de Cirkel raakt.

DEMONSTRATIE.

In de Triangels ADC. EDB. is

De (zijde AD gelijk ED.) Om dat Ra-
(zijde DC gelijk DB.) dii zijn.

Den hoek D gemeen.

a 4. I. a Ergo den hoek ACD gelijk EBD.
Maar EBD is regt door de Constructie.
Ergo is ook ACD regt: En by gevolg
b 16. III. raakt de linie AC b de Cirkel.

Dat

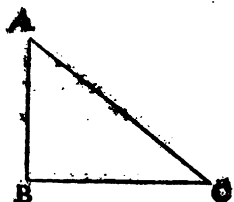
Dat te bewijsen was.

LEMMA.

Als A B perpendiculaar is op B C, sal sy de kleynste sijn, die uyt A op B C kan getrocken worden.

En omgekeert.

Als A B de kleynste is, sal sy perpendiculaar sijn.



DEMONSTRATIE.

I. *Deel.*

Trekt A C. So is in den regthoekigen Triangel A B C den hoek B regt, en grooter als C; Ergo is A C grooter als A B.[a] a 19. 1.

Op de selfde manier sijn alle andere linien A C groter als A B.

Ergo A B de kleynste van alle.

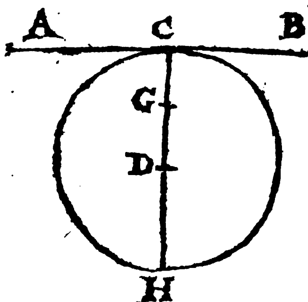
II. *Deel.*

Indien AB niet perpendiculaar is, ſtelt dat een andere AC perpendiculaar ſy, op BC: Ergo is den hoek C regt en groter als B. En daarom ſal AB grooter ſijn als AC; Ergo AB niet de kleynſte. 't welk tegen de ſtellinge ſtrijdt: En daarom vals: En op de ſelfde manier in alle andere linien AC.

Ergo is AB perpendiculaar op BC.

PROPOSITIE XVIII.

Als de regte linie AB *de Cirkel aanraakt in* C, *ſo ſal de linie* DC, *die uyt het Centrum* D *tot het raakpunct* C *getrocken wort, perpendiculaar op de raakende* AB *ſijn.*



DEMONSTRATIE.

Neemt in DC een punct G buyten het Centrum.

So is dan GC [a] de kleynste die tot de Circumferentie kan getrocken worden: En om dat 't punct C ook is in de raaklinie AB: daarom ook de kleynste op de Raaklinie AB: Ergo is GC of DC (door 2 Deel van 't Lemma) perpendiculaar op AB. [a] 7. III.

PROPOSITIE XIX.

Als de regte linie AB *de Cirkel aanraakt in* C *en uyt 't raakpunct* C *een perpendiculaar* CH *getrocken is: So sal in de selve* CH *het Centrum sijn.*

De omgekeerde van de voorgaande XVIII. Besiet de selfde voorgaande Figuur.

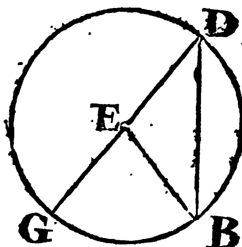
DEMONSTRATIE.

In de perpendiculaar CE, als voren, genomen hebbende een punct G: Sal GC, die perpendiculaar is op AB, (door het 1 Deel van 't Lemma) de kleynste sijn op AB: en daarom ook de kleynste uyt G tot de Circumferentie: Waarom dan GH, [a] het overig deel van de linie CH, de grooste is; Die dan ook [a] door 't Centrum gaat: [a] 7. III.

Ergo is het Centrum in de perpendiculaar CH.

PROPOSITIE XX.

Theor. 18. *Den hoek in het Centrum* GEB. *is het dubbelt van den hoek* GDB *in den omtrek als den selven Boog* GB *den Basis is van de hoeken.*



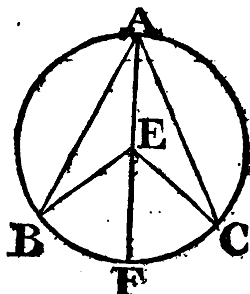
DEMONSTRATIE.

I. *Geval.* Aan den gelijk-benigen Triangel DEB is

a 32. I. Den hoek GEB gelijk D en B te samen. a

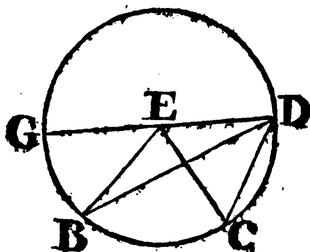
b 5. I. Maar D is gelijk aan B. b

Ergo is GEB het dubbelt van D.



II. *Geval*, Trekt AF door 't Centrum. So is
Den (hoek BEF dubbelt van BAF.) Door 't
(hoek CEF dubbelt van CAF.) I. Geval
De onderste by de bovenste geaddeert

De gehele BEC dubbelt van de gehele BAC.



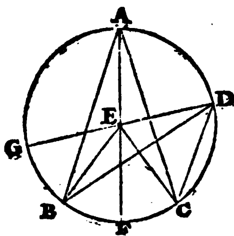
III. *Geval*. Trekt DG door 't Centrum.
So is den gehele hoek GEC dubbelt van de gehele GDC. a

a I. Geval. 't Deel G E B dubbelt van 't Deel G D B. a
De onderste van de bovenste afgetrocken.

Blijft 't deel B E C dubbelt van 't deel BDC.
Dat te bewijsen was.

PROPOSITIE XXI.

Theor. 19. *In een Cirkel zijn de hoeken* B A C. B D C *die op den selven Basis* B C *staan, of die in 't selve Cirkel-stuk* B G A D C *zijn, aan malkanderen gelijk.*



DEMONSTRATIE.

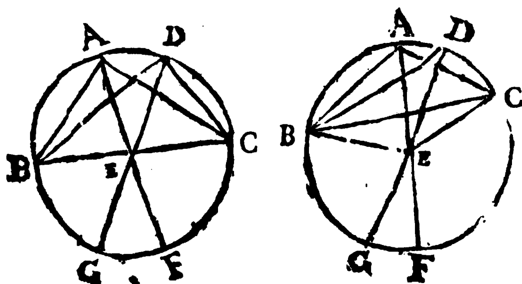
a 20. III. Den { hoek B A C is de helft van B E C. / hoek B D C is ook de helft van B E C. } a

---

b Ax. 7. Ergo is B A C gelyk B D C. b

De

De hoeken BAC, en BDC worden in grooter Cirkelstukken dan halve Cirkelen gestelt, en dan is het bewys goedt. Maar de Cirkelstukken een halve Cirkel, of kleinder zijnde is het bewijs als volgt.

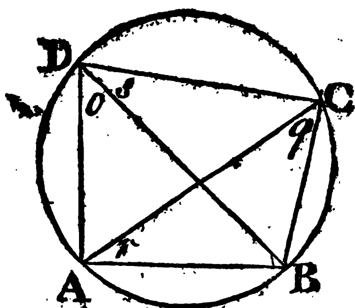


BEF is gelyk BEG+GEF. a — a Ax. 13.
FEC is gelyk FEC.
———————————————— add.
BEF+FEC=BEG+GEC. b — b Ax. 2.
BEF is gelyk 2BAF.
FEC is gelyk 2FAC. } c — c 20. III.
———————————————— add.
BEF+FEC=BEG+GEC=2BAC.
BEG=2BDG.
GEC=2GDC. } d — d 20. III.
———————————————— add.
BEG+GEC=2BDC=2BAC. e — e Ax. 1.
Ergo BDC=BAC. f — f Ax. 7.
Dat te bewyzen was.

PRO-

PROPOSITIE XXII.

Theor. 30. *Van de vier-hoek* ABCD *in de Cirkel beschreven, zynde tegen malkanderen overstaande hoeken* D, B. *te samen gelijk aan twe regte.*



DEMONSTRATIE.

Trekt de Diagonalen of hoek-linien A C, B D.

Den hoek O is gelijk Q, om dat sy beyde

a 21. III. staan op den Boge A B. a

Den hoek S gelijk R, om dat sy beyde staan op den Boge C B. a

De onderste by de bovenste geaddeert.

Den gehele hoek D gelijk aan Q en R te samen.

Aan

Aan beyde kanten een hoek A B C by gedaan.

Zijn de twe hoeken D en B gelijk aan de drie hoeken Q. B en R.

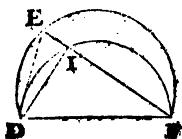
Maar Q. B en R in den Triangel A B C zijn gelijk aan twe regten. b b 32. I.

Ergo zijn de twe hoeken D en B ook gelijk aan twe regten.

Dat te bewijsen was.

PROPOSITIE XXIII.

So op een selve regte linie D F twe ongelijke Cirkel-stucken beschreven zijn: Die zijn niet gelijkformig. Theor. 21.



DEMONSTRATIE.

Trekt D E. E F. en dan D I

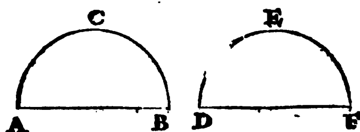
So is den uytwendigen I grooter als den inwendigen hoek E. a a 16. I.

Ergo bevatten die twe Cirkel-stucken geen gelijke hoeken.

En daarom zijn sy niet gelijkformig. b. b Def. 10. III.

PROPOSITIE XXIV.

Theor. 22. *De gelijkformige Cirkel-stucken* ABC, DEF. *op gelijke regte linien* AB, DF *beschreven, zijn aan malkanderen gelijk.*



DEMONSTRATIE.

Legt ACB op DEF, so sullen sy op malkanderen passen of niet.

So niet; dan sal ABC.

Of geheel buyten DEF of geheel binnen DEF vallen: dat strijt tegen de voorgaande 23.

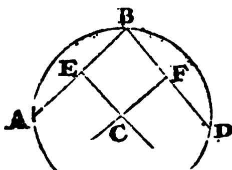
Of ACB sal DEF doorsnijden: en dan sal d'eene Cirkel d'andere in meer als twe punten doorsnijden, tegen de 10. III.

Ergo sullen sy op malkanderen passen, en daarom gelijk zijn: door 't 8. Axioma.

PRO-

PROPOSITIE XXV.

Een gegeve Cirkel-boge ABD *tot een ge-* Probl. 3.
hele Cirkel te voltrecken.



CONSTRUCTIE.

1. Drie punẞten A. B. D na believen in den boog genomen hebbende: trekt AB BD.

2. Deelt deselve twevoudig in E en F. en trekt de Perpendicularen EC FC.

Ik segge dat het doorsnijd-punct C het Centrum sal zijn.

DEMONSTRATIE.

Het Centrum is in de Perpendiculaar EC.
Als ook in de Perpendiculaar FC a — a Cor. 1. III.

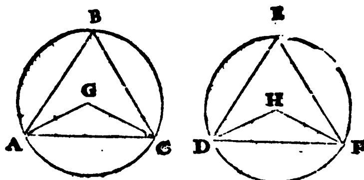
Ergo is het Centrum in het doorsnijd-punct C.

En daarom sal men uyt het Centrum C, met

met den Radius C A. of C B. of C D de Cirkel volerecken.

PROPOSITIE XXVI.

Theor. 23. *Als in gelijke Cirkels de hoeken of in het Centrum* G. H *of in de Circumferentie* B. E *gelijk zijn, so zijn de Bogen* A C. D F. *daar sy op staan, ook gelijk.*



DEMONSTRATIE.

Trekt de regte linien A C. D F: So is in de Triangels A G C. D H F.

De { zijde A G gelijk D H } Om dat Radii van gelijke Cirkels.
{ zijde G C gelijk H F. }

Den hoek G gelijk A door de Propositie.

---

a 4. I. Ergo is de Basis A C gelijk D F.[a]

Om dat de hoeken in de Circumferentie, B en E gelijk zijn, so zijn de Cirkel-stucken

b Def. 10. III. [b] A B C D E F gelijkformig: En om dat sy op

op gelijke linien AC. DF beschreven zijn; zo zijn sy ook aan malkanderen gelijk. a 24. III.

Dese gelijke Cirkel-stucken ABC. DEF. van de gehele Cirkels afgetrocken zijnde

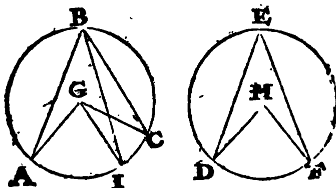
---

Blijft den Boge AC gelijk aan den Boge DF.

PROPOSITIE XXVII.

Als in gelijke Cirkels de Bogen AI. DF. *gelijk zijn: So zijn de hoeken, die op de selfde staen, of in 't Centrum* G. H. *of in de Circumferentie* B. E. *aan malkanderen gelijk.* Theor. 24.

De omgekeerde van de voorgaande.



DEMONSTRATIE.

So den hoek G niet is gelijk aan H. so is G kleynder of grooter als H.

Stelt G, kleynder als H: en maakt AGC gelijk aan H.

Ergo

a 26. III. Ergo is den Boge AC gelijk den Boge DF a

Maar den Boge AI is ook gelijk aan DF door de propositie.

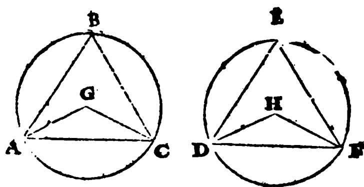
Ergo is den Boge AC gelijk aan de Boge AI 't geheel aan sijn deel. Dat vals is.

Op de selfde manier demonstreert men dat den hoek G niet kan grooter zijn als H.

Ergo is G gelijk aan H. En by gevolg ook b 26. III, B gelijk aan E. b

PROPOSITIE XXXVIII.

Theor. 25. *Als in gelijke Cirkels, gelijke regte linien* AC. DF *beschreven zijn; soo sullen de Bogen* AC. DF. *die sy afsnijden, ook gelijk zijn.*



DEMONSTRATIE.

Trekt de linien GA. GC en HD. HF. So is in de Triangels AGC. DHF.

De

De {zijde AG gelijk DH. / zijde GC gelijk HF.} Om dat Radii van gelijke Cirkels.

De Basis AC gelijk DF. door de Constructie.

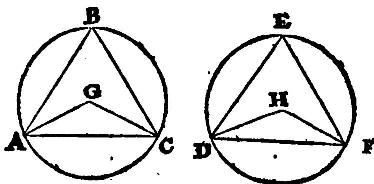
Ergo den hoek [a] AGC gelijk DHF. [a] 8. I.

En daarom den Boge [b] AC gelijk den Boge DF. [b] 26. III.

PROPOSITIE XXIX.

Als in gelijke Cirkels de Bogen AC. DF. *gelijk zijn; so sullen de regte linien* AC. DC. *van welke de Bogen afgesneden worden, ook gelijk zijn.* Theor. 26.

De omgekeerde van de voorgaande.



DEMONSTRATIE.

Trekt AG. GC en DH. HF.

So is in de Triangels AGC. DHF.

De {zijde GA gelijk aan HD. / zijde GC gelijk aan HF.}

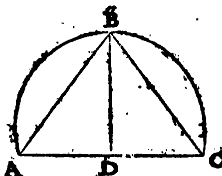
Den

Den hoek G gelijk aan H, om dat de Bo-
a 27. III. gen A D. DF gelijk gesteld worden. a

b 4. I. Ergo is den b Basis A C gelijk D F.
Dat te bewijsen was.

PROPOSITIE XXX.

Probl. 4. *Een gegeve Cirkel-Boog* A B C *twevoudig te delen.*



CONSTRUCTIE.

1. Trekt de regte linie A C. die de uytersteyndden van den Boge te samen voegt.
2. Deelt A C twevoudig in D, en trekt de Perpendiculaar D B.

Ik segge dat die den Boge twevoudig deelt in B.

DEMONSTRATIE.

Trekt de regte linien A B. C B.
So is in de triangels B D A. B D C.

De

De	zijde BD gemeyn. zijde DA gelijk DC hoek BDA gelijk BDC.	Door de constructie.	

Ergo den Basis BA gelijk BC.[a] a 4. I.

En daarom den Boge BA gelijk den Boge BC[b] b 28. III.

En by gevolg is den Boge ABC twevoudig gedeelt.

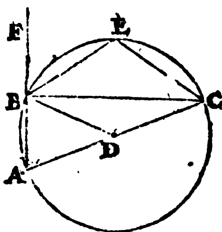
Dat te doen was.

PROPOSITIE XXXI.

1. *Den hoek* ABC *in de halve Cirkel is regt.*

2. *Den hoek* BAC, *in het grootste Cirkel-stuk* BAC *is kleynder als regt.* Theor. 27.

3. *Maer den hoek* BEC, *in 't kleynste Cirkel-stuk* BEC *is groter als regt.*



DEMONSTRATIE.

I. DEEL. Trekt DB: so sullen de twee

Triangels D A B. D B C gelijk-benig zijn, en daarom de hoeken op den Basis gelijk. a

a 5. I.

Ergo D B A gelijk D A B.

En D B C gelijk D C B.

De onderste by de bovenste geaddeert.

De gehele hoek A B C gelijk aan de twe B A C. en B C A te samen.

Maar in den Triangel A B C, zijn de drie hoeken te samen gelijk aan twe regten. b

b 32. I.

Ergo is den hoek A B C gelijk aan eenen regten.

En de twe andere B A C. en B C A te samen gelijk aan den anderen regten.

II. DEEL. Door 't I. Deel zijn de twe hoeken B A C. B C A te samen gelijk aan een regten hoek.

Ergo is B A C alleen kleynder als een regten.

III. DEEL. In de vierhoek A B E C. zijn de twe hoeken A en E te samen gelijk aan twe regten. c

c 22. III.

Maar A is kleynder als een regten door 't II. Deel

Ergo is E grooter als een regten hoek. *

SCHOLIUM I.

So van een regt-hoekige Triangel A B C, de Hypotenusa, of de zijde over den regten

* Deze Propositie heeft noch twee leden, welke van weinig nut zyn.

ten hoek A, twevoudig gedeylt word in D; sal D het Centrum zijn van de Cirkel ABEC, die door de drie hoek-punčten A. B. C. gaat.

SCHOLIUM II.

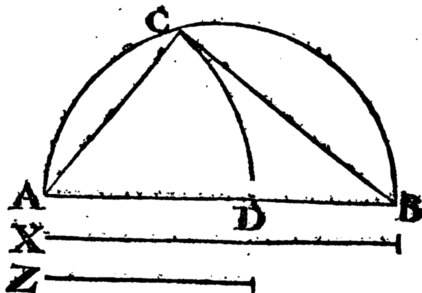
Uyt dese Propositie treeken wy dit

PROBLEMA.

Het kleynste Quadraat Z van 't grootste X af te trecken:

Of een Quadraat te vertonen gelijk aan het verschil der twe Quadraten X en Z.

CONSTRUCTIE.



1. Beschrijft op AB gelijk aan de grootste X een halve Cirkel, en neemt in den Diameter de linie AD gelijk aan de kleynste Z.

2. Uyt het Centrum A, met den Radius

AD beschrijft den boge DC: die de halve Cirkel in C door-snijt: so sal de getrocke AC gelijk zijn aan Z.

3. Trekt CB.

Ik segge dat het Quadraat van CB sal het verschil zijn der Quadraten X en Z.

DEMONSTRATIE.

a 31. III. In den Triangel ACB a is den hoek C regt.

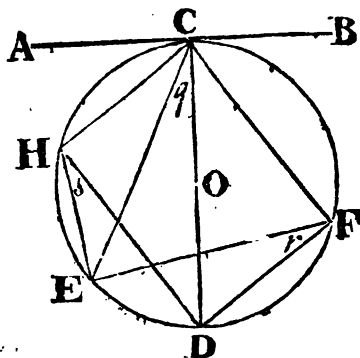
Ergo is 't Quadraat AB gelijk aan de twe
b 47. I. Quadraten AC. CB. b

Daarom als men van de twe Quadraten AC. CB (dat is 't Quadraat AB) het Quadraat AC aftrekt, blijft 't Quadraat CB.

Ergo is dit het verschil van de twe Quadraten AB. AC. dat is X en Z.

PROPOSITIE XXXII.

Theor. 28. *So de regte linie AB de Cirkel raakt in C, en van 't raak-punct een andere linie getrocken word, die de Cirkel snijt: So sal den hoek van de rakende en snijdende begrepen, gelyk zijn aan die hoek, die in 't overhandse Cirkel-stuk gemaakt kan worden.*



DEMONSTRATIE.

Hier hebben twe gevallen plaats,

1. Of de linie, die de Cirkel snijt is Perpendiculaar op de raak linie, en gaat by gevolg door 't Centrum O, als hier C D.

2. Of gaat niet door 't Centrum: als C E.

I. GEVAL.

Moet gedemonstreert worden dat den hoek A C D is gelijk C F D.

Den hoek A C D is regt, door de stellinge.

Den hoek C F D is ook regt: om dat sy in een halve Cirkel is.[a] — a 31. III.

Ergo is den hoek A C D gelijk aan CFD.

II. GEVAL.

Van de eene kant moet gedemonstreert worden dat den hoek A C E is gelijk C F E.

Den hoek A C D is gelijk C F D, door 't I. Geval.

Den hoek Q is gelijk *R*, om dat sy staan op deselfde Boge E D.[b]

b 21. III.

De onderste van de bovenste afgetrocken,

Blijft den hoek A C E, gelijk aan C F E.

Van de andere kant moet gedemonstreert worden dat den hoek B C E is gelijk aan C H E.

Den hoek B C D is gelijk aan C H D, door 't I. Geval.

Den hoek Q gelijk aan *S*, om dat sy op de selfde Boge E D staan.[b]

De onderste by de bovenste by gedaan,

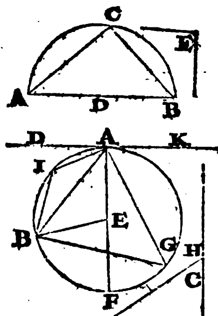
De gehele hoek B C E gelijk den gehelen C H E.

Dat te bewijsen was.

PRO-

PROPOSITIE XXXIII.

Op een gegeve regte linie A B *een Cirkel-stuk te beschrijven, dat een hoek bevatte gelijk aan een gegeven hoek.* Probl. 5.



Den gegeven hoek is of regt als E: of niet regt, als H. C.

I. GEVAL.

CONSTRUCTIE en DEMONSTRATIE.

Deelt de gegeve linie A B twevoudig in D.

Uyt het Centrum D met de Radius D A beschrijft den halve Cirkel A C B: die bevat een regten hoek a A C B. die daarom gelijk is aan de gegeven hoek E. a 31. III.

II. GEVAL.

1. Door 't uyterste punct A van de gegeve A B trekt D K, so dat den hoek D A B is ge-
b 31. I. lijk aan de gegeve hoek C. b
2. Trekt uyt A de Perpendiculaar A F,
3. Maakt den hoek A B E gelijk B A E.
4 Uyt het Centrum E, met den Radius E A. of E B, (die door de 6. I. gelijk zijn) beschrijft de Cirkel B I A G.

Ik segge dat het Cirkel-stuk A G B een hoek A G B bevat gelijk aan C.

Als ook dat het Cirkel-stuk A I B, den hoek A I B bevat gelijk aan H.

DEMONSTRATIE.

1. Den hoek D A B gelijk A G B in 't over-
c 32. III. hands Cirkul stuk. c

Maar

Maar DAB is ook gelijk aan C door de Constructie.

Ergo is AGB gelijk aan C.

2. In den vierhoek AIBG. Zijn

De twe hoeken I en G te samen gelijk aan twe regten. [d] d 22, III.

Maar de twe hoeken H en C te samen zijn ook gelijk aan twe regten. [e] e 13. I.

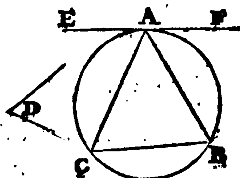
Ergo zijn I en G te samen gelijk aan H en C te samen.

Maar G is gelijk aan C.

Ergo is I gelijk aan H.

PROPOSITIE XXXIV.

Van een gegeve Cirkel ABC, een Cirkel-stuk CAB af te snijden, dat een hoek B bevat, die gelijk is aan een gegeven hoek D. Probl. 6.



CONSTRUCTIE.

1. Trekt een linie E F, die de Cirkel raakt in A.

2. In A maakt den hoek E A C gelijk aan de gegeven hoek D.

Ik segge dat het Cirkel-stuk A B C een hoek B bevat gelijk aan D.

DEMONSTRATIE.

Den hoek B is gelijk aan E A C. ᵃ aan het raak-punct.

ᵃ 32. III.

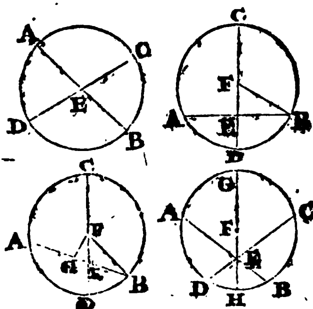
Maar D is ook gelijk E A C door de Constructie.

Ergo is B gelijk aan D.

PROPOSITIE XXXV.

Theor. 29. *So in een Cirkel twee regte linien* A B. C D *malkanderen doorsnijden in* E: *Sal den regthoek begrepen van* A E. E B. *de delen van d'eene, gelijk zijn aan den regt-hoek begrepen van* C E. E D *de delen van d'andere.*

Hier konnen ons vier gevallen voorkomen.



DEMONSTRATIE.

I. GEVAL.

So de regte linien A B. C D. malkanderen door-snijden in het Centrum, dan sal den regt-hoek van A E. E B gelijk zijn aan de regt-hoek van C E. E D. om dat hare vier zijden Radii zyn.

II. GEVAL.

So de eene C D door 't Centrum F gaende, de andere A B niet door 't Centrum gaande twevoudig, en daarom ª Perpendiculaar door-snijt in E; Trekt F B. ª 3. III.

DE.

DEMONSTRATIE.

De regt-hoek C E D met 't Quadraat F E,
b 5. II. is b gelijk aan 't Quadraat F D of F B.
c 47. I. Maar 't Quadraat F B is c gelijk aan de twe Quadraten F E, E B.

Ergo is den regt-hoek C E D met 't Quadraat F E gelijk aan de twe Quadraten F E. E B.

Aan beyde kanten 't Quadraat F E afgetrocken.

Blijft den regt-hoek C E D gelijk aan 't Quadraat E B: dat is den regt-hoek A E B. om dat A E is gelijk aan E B.

III. GEVAL.

So de regte C D door 't Centrum F gaande, die andere A B niet door 't Centrum gaande niet twevoudig doorsnijd,

DEMONSTRATIE.

Trekt F G Perpendiculaar op A B; die
d 3. III. maakt d A G gelijk G B: Trekt ook F B.
e 5. II. Dan is e den regthoek C E D met 't Quadraat F E gelijk aan 't Quadraat F D. dat is F B.

Maar 't Quadraat F E is gelijk aan de twe Quadraten F G. G E.

En

En 't Quadraat F B gelijk aan de twe Quadraten F G. G B.

Dese in de plaats gestelt.

Ergo is den regt-hoek C E D met de twe Quadraten F G. G E gelijk aan de twe Quadraten F G G B.

Aan beyde kanten 't Quadraat F G afgetrocken.

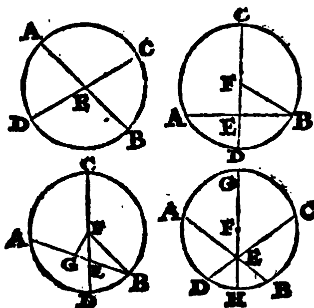
Blijft den regt-hoek C E D met 't Quadraat G E gelijk aan 't Quadraat G B.

Maar f den regt-hoek A E B met 't Quadraat G E is gelijk aan 't selve Quadraat G B. f 5. II.

Ergo is de regt-hoek C E D met 't Quadraat G E gelijk aan den regt-hoek A E B met 't selve Quadraat G E.

Aan beyde kanten 't Quadraat G E afgetrocken.

Blijft den regt-hoek C E D gelyk aan den regt-hoek A E B.



IV. GEVAL.

So geen van beyde door 't Centrum gaat; en de linien malkanderen door-snijden so 't valt.

DEMONSTRATIE.

Trekt den Diameter GH, dat sy door E gaat: So is

De	regt-hoek AEB gelijk aan GEH. regt-hoek CED ook gelijk aan GEH.	Door 't III. Geval.

Ergo is de regt-hoek AEB gelijk aan CED.

Dat te bewijsen was.

PRO-

PROPOSITIE XXXVI.

So van een punct A *buyten de Cirkel gegeven, twe regte linien getrocken worden, waar van d'eene* A F *de Cirkel raakt, en d'andere* A B, *de Cirkel snijt: Sal de regt-hoek begrepen van de gehele snijdende* B A, *en* A C *die tusschen 't punct* A *en de Cirkel besloten is, gelijk zijn aan 't Quadraat van de raakende linie* A F. Theor. 30.

Hier zijn twe gevallen aan te merken.

A F C I D H G B E

DEMONSTRATIE.

I. GEVAL.

Als de snijdende linie A B door 't Centrum gaat. Trekt D F. So is

De regt-hoek B A C a met 't Quadraat D C gelijk aan 't Quadraat D A. a 6. II.

Maar

Maar de twe Quadraten D F. F A zijn ge-
b 47. I. lijk aan b 't selfde Quadraat D A.

Ergo is den regt-hoek B A C met 't Quadraat D C gelijk aan de twe Quadraten D F. F A.

Aen beyde kanten de gelijke Quadraten D C. D F afgetrocken.

Blijft den regt-hoek B A C gelijk aan 't Quadraat F A.

II. GEVAL.

Als de snijdende A E niet door 't Centrum gaat.

Trekt uyt het Centrum D, de Perpendiculaar D G: en dan ook D I. So is

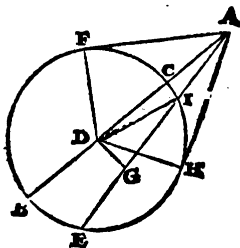
Den regt-hoek E A I met 't Quadraat G I
a 6. II. gelijk aan 't Quadraat G A. a

Aan beyde kanten 't selfde Quadraat D G by gedaan: Dan sal

Den regt-hoek E A I met de twe Quadraten D G. G I, dat is wederom het Quadraat D I, of 't Quadraat D F, zijn gelijk aan de twe Quadraten D G. G A, dat is 't Quadraat D A, en dat is wederom de twe Qua-
b 47. I. draten D F. F A. b

So hebben wy dan

Den regt-hoek E A I met het Quadraat D F gelijk aan 't Quadraat D F met 't Quadraat F A.



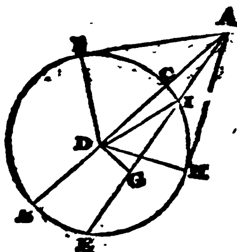
Aan beyde kanten 't Quadraat D F afgetrocken.

Blijft den regt-hoek E A I gelijk aan 't Quadraat F A.

Dat te bewijsen was.

COROLLARIUM I.

So van een punct A *buyten de Cirkel eenige linien getrocken worden, als* ACB. AIE, *die de Cirkel door snijden, sullen de regthoeken* BAC EAI *begrepen van de gehele snijdende en de buytenste delen, aanmalkanderen gelijk zijn.*



DEMONSTRATIE.

Getrocken sijnde de Raak-linie A F. So is

De Regthoek B A C gelijk aan het Quadraat A F.

a 36. III. a Maar ook is

De Regthoek E A I gelijk aan het selve Quadraat A F.

Ergo is door het I Axioma,
De Regt-hoek B A C gelijk aan de regt-hoek E A I.

COROLLARIUM II.

De twee regte linien A F. A H *die van een selfde punct getrocken zijnde de Cirkel aanraken, zyn aan malkanderen gelyk.*

DE-

DEMONSTRATIE.

Getrocken sijnde de linie ACB, die de Cirkel snijdt, so is

Het Quadraat AF gelijk aan de regt-hoek BCA. [a] a 36. III.

Maar 't Quadraat AH is gelijk aan de selfde Regt-hoek BCA. [a]

Ergo is 't Quadraat AF gelijk aan het Quadraat AH.

En daarom ook AF gelijk aan AH.

COROLLARIUM III.

Van het selfde punct A *buyten de Cirkel genomen sijnde, konnen maar twe regte linien* AF. AH, *getrocken worden, die de Cirkel aanraken.*

DEMONSTRATIE.

Getrocken sijnde uyt A de regte linie A C B die door 't Centrum gaat; so sullen alle de regte linien die binnen de raaklinien A F. A H tot de bolle circumferentie getrocken konnen worden kleynder sijn als de selve A F. a 8. III. A H. a

Daarom sullen ook de Quadraten van alle b 36. III. die linien b kleynder sijn als de Regthoek B A C.

By gevolg sal geen van de selve de Cirkel aanraken.

Ergo raaken alleen de twe linien A F. A H. de Cirkel aan.

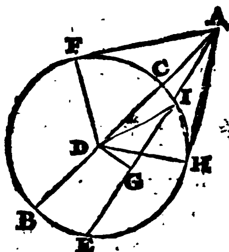
Dat te bewijsen was.

PROPOSITIE XXXVII.

Theor. 52. *So van een punct* A *buyten de Cirkel twe regte linien getrocken zyn, als* A B. A F. *so dat den regt-hoek* B A C *gelyk is aan 't Quadraat van de andere linie* A F, *so sal* A F *de Cirkel raaken.*

De omgekeerde van de voorgaande.

DE-



DEMONSTRATIE.

Trekt de raak linie A H, als ook DF. DH.

De regt-hoek [a] B A C is gelijk aan 't Quadraat A H. a 36. III.

De regt-hoek B A C is gelijk aan 't Quadraat A F. door de Propositie.

Ergo is 't Quadraat A H gelijk 't Quadraat A F.

En daarom de linie A H gelijk de linie A F.

So is dan in de Triangels A F D. A H D.

De { zijde A F gelijk aan A H.
zijde F D gelijk aan H D.
zijde D A gemeyn. }

Ergo [b] den hoek A F D gelijk aan A H D. b 8. I.

Maar A H D is regt. [c] c 18. III.

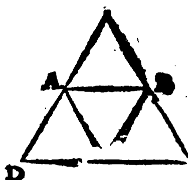
Ergo is A F D ook regt: En daarom raakt A F de Cirkel. [d] d 16. III.

EYNDE DES DERDEN BOEKS.

HET VIERDE BOEK.

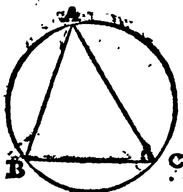
DEFINITIEN.

1. *Een regt-linische Figuer word gesegt in een regt-linische Figuer beschreven te zijn, wanneer yder hoek van de inbeschrevene Figuer een zijde aanraakt van de Figuer daar sy in beschreven is.*

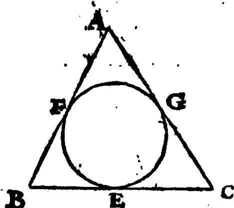


2. *Van gelijken word een regt-linische Figuer gesegt om een regt-linische Figuer beschreven te zijn, wanneer yder zijde van de ombeschrevene Figuur een hoek aanraakt van de Figuer daer sy ombeschreven is.*

3. *Maar een regt-linische Figuer word gesegt in een Cirkel beschreven te zijn, wanneer yder hoek van de inbeschrevene Figuer den omtrek van de Cirkel aanraakt.*



4. *En een Cirkel word gesegt om een Figuer beschreven te zyn, als den omtrek van de Cirkel, yder hoek van de Figuer aanraakt daer sy ombeschreven word.*

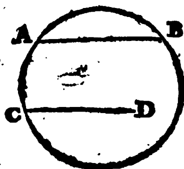


5. *Maer een regt-linische Figuer word gesegt om een Cirkel beschreven te zijn, als*

yder zyde der omgeschrevene Figuer den omtrek van de Cirkel aanraakt.

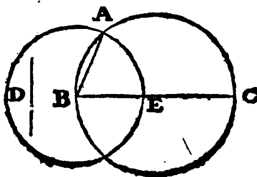
6. Van gelyken word een Cirkel gesegt in een Figuer beschreven te zijn, wanneer desselfs omtrek yder zyde van de Figuer aanraakt daar in sy beschreven word.

7. Een regte linie word gesegt in een Cirkel gevoegt of gepast te zijn, als beyde sijn uyterste eynden in de Circumferentie van de Cirkel zijn.



PROPOSITIE I.

In een gegeve Cirkel ABC *een regte linie* BA *te passen, die gelijk sy aan een gegeve regte linie* D; *dog dat dese niet grooter sy als de Diameter van de Cirkel.*



CON-

CONSTRUCTIE.

1. Trekt in de gegeve Cirkel den Diameter, so dese gelijk is aan de gegeve linie, hebben wy 't begeerde voldaan; Maer so de gegeve linie kleynder is.

2. Snijd van den Diameter de linie B E af gelyk D; en uyt het Centrum B, met de Radius B E beschrijft de Cirkel-boge E A.

3. Trekt de regte linie B A.

Ik segge dat dese B A gelijk is aan D en in de Cirkel gepast.

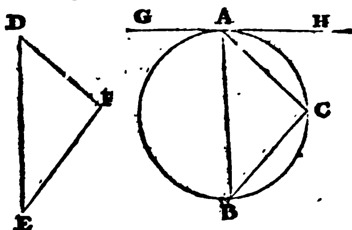
DEMONSTRATIE.

De linie D is gelijk B E door Constructie.
B A gelijk aan de selfde B E: om dat Radii zijn.

Ergo is D gelijk aan B A: die ook in de Cirkel gepast is, om dat beyde sijne eynden in de Circumferentie zijn.

PROPOSITIE II.

In een gegeve Cirkel A B C, *een Triangel* A B C *te beschrijven, wiens hoeken gelijk zijn aan de hoeken van een gegeve Triangel* D E F. Probl. 2.



CONSTRUCTIE.

1. Trekt de raak linie G A H: en maakt in het raak-punct A den hoek G A B gelyk aan den hoek F.

2. In het selve punct A aan de andere kant, maakt den hoek H A C gelyk aan den hoek E. En trekt de linie B C.

Ik segge dat den Triangel A B C is gelijkhoekig met den Triangel D E F.

DEMONSTRATIE.

In de Triangels A B C. D E F. is

a 32. III. Den { hoek C (gelijk [a] G A B.) gelijk F. / hoek B (gelijk [a] H A C) gelijk E. } door de Constructie.

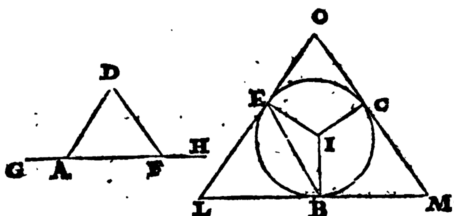
Ergo zijn de twee hoeken C en B te samen gelijk aan de twee hoeken F. E te samen.

b Cor. 32. I. Ergo is ook de derde [b] A gelijk aan de derde D.

PRO-

PROPOSITIE III.

Om een gegeve Cirkel BCE *een Triangel* LMO *te beschryven, wiens hoeken gelijk zyn aan de hoeken van een gegeve Triangel* AFD. Theor. 3.



CONSTRUCTIE.

1. Verlengt de zyde AF van den gegeven Triangel, tot in G en H.

2. In het Centrum van de Cirkel maakt den hoek [a] BIE. gelijk aan den uytwendigen hoek DAG. a 13. I.

3. Als ook den hoek BIC gelijk aan den uytwendigen hoek DFH.

4. Op de drie punćten [b] B. C. E. trekt drie raak-linien LM. MO. OL. b 17. III.

Ik segge dat den Triangel LMO gelijkhoekig is met den Triangel ADF.

DE-

DEMONSTRATIE.

Door 't Scholium van 32. I. kan de vierhoek BIEL in twe Triangels verdeylt worden: dewijl nu alle de hoeken van een Triangel twe regte maken, sullen de hoeken van twe Triangels ook vier regte maken; en daarom zijn de vier hoeken van de geseyde vier-hoek BIEL ook gelijk aan vier regten: En van deselve de twe regte LEI. LBI afgetrocken zynde, blijven.

De twe hoeken BIE en L te samen gelijk twe regten.

c 31. I. Maar c DAG en DAF zyn te samen gelijk twe regten.

Ergo zyn BIE met L gelijk aan DAG met DAF.

Maar BIE is gelijk aan DAG. door Constructie.

Ergo is L gelijk aan DAF.

Op de selfde manier word ook Gedemonstreert dat den hoek M is gelijk aan DFA.

Ergo is de derde O gelijk aan de derde D.

NOTA.

Dat nu de raak-linien BL en EL in L te samen moeten komen, blijkt op dese manier. Trekt BE.

De

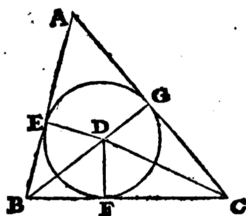
De twee hoeken IBL en IEL te ſamen zijn gelijk aan twe regten.

Ergo zijn de twee hoeken EBL. BEL te ſamen kleynder als twe regten.

Ergo komen de linien BL en EL te ſamen [d]. d Ax. 11.

PROPOSITIE IV.

In een gegeve Triangel ABC *een Cirkel te beſchryven.* Probl. 5.



CONSTRUCTIE.

1. Deelt twe hoeken na believen genomen, als B en C, twevoudig door de linien BD en CD.

2. Uyt het doorſnijd-punct D, trekt op de zijden van den Triangel de Perpendicularen DE. DF. DG.

3. Uyt het Centrum D, met den Radius, DE. of DF of DG, beſchrijft een Cirkel.

Ik

Ik segge dat die alle de zyden van den Triangel sal raaken in de punčten D. E. F. en daarom in de Triangel sal ingeschreven zijn.

DEMONSTRATIE.

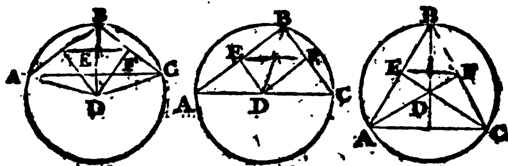
In de Triangels DGC. DFC. is
Den hoek G gelijk aan F. beyde regt.
Den hoek DCG gelijk aan DCF. om dat den hoek GCF twevoudig is gedeylt.
De zyde DC gemeyn.

---

a 26. I. Ergo is de zyde DG [a] gelyk aan DF.
Op deselfde manier word gedemonstreert dat DF is gelijk DE.
Ergo zyn de drie linien DE. DF. DG aan malkanderen gelyk.
Daarom sal de Cirkel uyt het Centrum D beschreven, gaan door de punčten E F G. b 16. III. en raken alle de zyden [b], om dat de hoeken E. F. G. regt zijn: En gevolglijk in den Triangel beschreven zyn.

PROPOSITIE V.

Om een gegeve Triangel ABC *een Cirkel te beschryven.* Probl. 5.



CONSTRUCTIE.

1. Deelt twe zyden na believen genomen als AB. BC twevoudig in E en F.

2. Uyt E en F trekt de Perpendicularen ED. FD.

3. Uyt het doorsnijd-punct D als Centrum, met den Radius DA. of DB. of DC beschryft een Cirkel.

Ik segge dat die sal gaan door de puncten A. B. C. en by gevolg om den Triangel ABC beschreven sal zyn.

DEMONSTRATIE.

Trekt DA. DB. DC. So is in de Triangels DEA. DEB.

De

De { zyde DE gemeyn. / zyde EA gelyk / FB. } door de Constructie.

Den hoek DEA gelyk DEB. beyde regt.

---

a 4. I. Ergo den Basis DA gelyk DB. a

Op de selfde manier demonstreert men dat DB is gelyk aan DC. so dat alle de drie linien DA. DB. DC aan malkanderen gelyk zyn.

Ergo sal de Cirkel ABC. uyt het Centrum D met den Radius DA beschreven, door alle drie de hoeken van den Triangel gaen; en daarom ook om deselve beschreven zyn. b

b Def. 4. IV. Staat aan te merken, dat dese selfde Constructie plaats heeft in alle drie de soorten van Triangels, alleen met dit onderscheyt.

Dat in de regt-hoekige het Centrum valt in het midden van de Hypotenusa, of zyde AC. die tegen den regten hoek B overstaat.

In de scherp-hoekige binnen den Triangel.

In de stomp-hoekige buyten den Triangel.

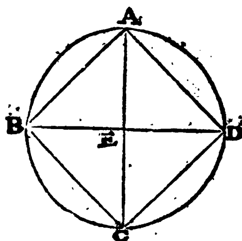
SCHOLIUM.

Volgens de manier van dese Constructie, kan men door drie puncten, niet in een regte linie voor gegeven zynde, een Cirkel beschryven.

PRO-

PROPOSITIE VI.

In een gegeve Cirkel een Quadraat te beschrijven. Probl. 1.



CONSTRUCTIE.

1. Trekt de twe Diameters AC. BD. dat sy malkanderen in 't Centrum C regt-hoekig door-snijden.

2. Trekt de vier regte linien AB. BC. CD. DA.

Ik segge dat ABCD het gesogte Quadraat is.

DEMONSTRATIE.

VOOR DE ZYDEN.

In de Triangels AEB. AED. is
De zyde AE gemeyn.

EB gelyk ED, om dat Radii zyn.

Den hoek AEB, gelyk AED, beyde regt.

---

a 4. I. Ergo is de Basis AB gelyk aan AD. a

Op de selfde manier word gedemonstreert dat AD is gelijk aan DC; DC aan CB: en ook CB aan BA.

Ergo zyn alle vier de zyden aan malkanderen gelyk.

VOOR DE HOEKEN.

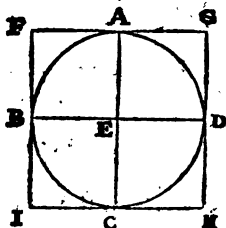
De vier hoeken A. B. C. D. staan yder in b 31. III. een halve Cirkel: Ergo zyn sy regt. b

En daarom is ABCD een Quadraat in de c Def. 30. I. Cirkel beschreven. c

PRO-

PROPOSITIE VII.

Om een gegeve Cirkel een Quadraat te beschryven. Probl. 7.



CONSTRUCTIE.

1. Trekt twe Diameters A C. B D. die malkanderen regt-hoekig in E door snijden.

2. Door hare uyterste punĉten A. B. C. D. trekt de vier Perpendicularen F G. G H. H I. I F

Ik segge dat F G H I het gesogte Quadraat sal zijn.

DEMONSTRATIE.

VOOR DE HOEKEN.

In de vier-hoek A E F B. Zijn

De vier hoeken A. E. B. F. gelyk vier regten. a

a Schol. 15. 1.

De drie hoeken A. E. B. gelyk drie regten.

De onderste van de bovenste afgetrocken.

Blyft den hoek F gelyk een regte.

Op de selfde manier word gedemonstreert dat de hoeken G. H. I. ook regt zyn.

VOOR DE ZYDEN.

In de Parallelograms F D. I D. zyn de zyden F G. I H. gelyk aan den Diameter B D[a]

En daarom ook aan malkanderen gelyk.[b]

In de Parallelograms I A. H A. zyn de zyden I F. H G. gelyk aan den Diameter A C.[a]

En daarom ook aan malkanderen gelyk.[b]

Maar de Diameters A C. B C. zyn aan malkanderen gelyk.

a 43. I. b Ax. I.

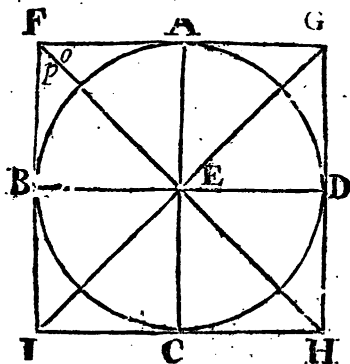
Ergo zyn de vier zyden F G. G H. H I. I F ook aan malkanderen gelyk.

En daarom is F G H I. het gesogte Quadraat.

PRO-

PROPOSITIE VIII.

In een gegeve Quadraat een Cirkel te beschryven. Probl. 1.



CONSTRUCTIE.

1. Trekt de twe Diagonalen F H. G I. die malkanderen door-snyden in E.

2. Uyt E trekt op F I de Perpendiculaar E B.

3. Uyt het Centrum E met den Radius E B beschrijft een Cirkel.

Ik segge dat deselve alle de zyden in de puncten A. B. C. D. sal aanraken, en by gevolg in het vierkant beschreven zyn.

DEMONSTRATIE.

Trekt vorder uyt E de perpendicularen E A. E D E C.

So is in de Triangels F A E. F B E.

Den hoek A gelyk B. beyde regt.

a Schol. 32. I. O en P. beyde half regt. a

De zyde F E gemeyn.

---

b 26. I. Ergo is de zyde E A gelyk aan E B. b

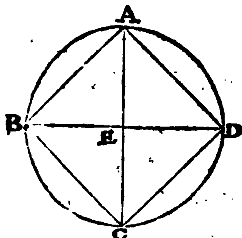
Op de selfde manier word gedemonstreert dat is E B gelyk E C; E C gelyk E D; en E D gelyk E A.

Ergo sal de Cirkel uyt het Centrum E met de Radius E B beschreven ook door de punсten A. D. C. gaan, en om dat de hoeken aan de punсten regt zyn, alle de zyden van 't Quadraat raaken: en by gevolg sal de Cirkel in het Quadraat beschreven zyn.

PRO-

PROPOSITIE IX.

Om een Quadraat een Cirkel te beschryven. Probl. 9.



CONSTRUCTIE.

1. Trekt de twee Diameters A C. B D. die malkanderen in het punct E door-snyden.

2. Uyt het Centrum E, met den Radius E B beschryft een Cirkel.

Ik segge dat de selve door alle de hoek-puncten A. B. C. D. sal doorgaan: en gevolglijk ook om het Quadraat sal beschreven zyn.

DEMONSTRATIE.

De Diameters A C. B D delen de vier hoeken A. B. C. D. twevoudig. [a] a Schol. 13. 1.
En daarom is in de Triangel E B A.
Den hoek E B A gelyk E A B.

b 6.1. Ergo is de zyde E A gelyk E B. b
En op de selfde manier demonstreert men dat is E B gelyk E C; E C gelyk E D; en E D gelyk E A.

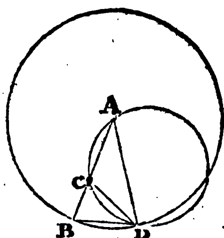
Ergo zyn de vier linien E A. E B. E C. E D. aan malkanderen gelyk.

En gevolglyk sal de Cirkel uyt het Centrum E met de Radius E B beschreven door alle de hoek-puncten van 't Quadraat door gaan: en alſo om het ſelve beschreven zyn.

PRO-

PROPOSITIE X.

Een gelykbenigen Triangel ABD *te maken, welkers hoeken* B. *en* D *op den Basis, yder het dubbelt zyn van den overigen tophoek* A. Probl. 10.



CONSTRUCTIE.

1. Trekt een linie AB naa believen, en deylt deselve in C. [a] dat den regt-hoek ABC sy gelyk aan 't Quadraat AC. a 11. II.

2. Uyt het Centrum A met den Radius AB beschryft een Cirkel.

3. Past in dese Cirkel, aan B. de linie BD gelyk AC.

4. Trekt de regte linie AD.

Ik segge dat ABD den begeerden Triangel is

DEMONSTRATIE.

Trekt CD. en om den Triangel ACD
b 5. IV. beschryft de Cirkel ACD. [b]

Om dat nu

De regt-hoek ABC is gelyk 't Quadraat AC. dat is BD door de Constructie.

---

c 37. III. [c] Ergo raakt BD de Cirkel ACD: welke BA snyd.

En daarom is

Den hoek BDC gelyk A in 't overhants
d 32. III. Cirkel-stuk. [d]
Den hoek CDA gelyk CDA.
De onderste by de bovenste geaddeert.
So is

Den hoek ADB: (of ook ABD. 5. I.) gelyk aan de twe hoeken A en CDA.
Maar den hoek BCD is ook gelyk aan
e Schol. 32. I. de selfde twe hoeken A en CDA. [e]

Ergo is in den Triangel DBC den hoek B gelyk aan C.
f 6. I. En daarom de zyde CB gelyk aan BD. [f]
Maar BD is gelyk aan AC.

Ergo is in den Triangel ACD de zyde CD gelyk CA.
g 5. I. En daarom den hoek A gelyk CDA. [g]

Ergo

Ergo is den hoek BCD (die gelyk is aan de twe hoeken A en CDA) het dubbelt van den hoek A

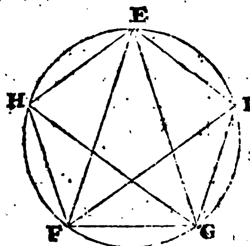
Ergo is ABD. (die bewesen is gelyk te zyn aan den hoek BCD) ook het dubbelt van den hoek A.

Als ook ADB, die gelyk is aan ABD.

Waar uyt blykt dat ABD den begeerden Triangel is.

PROPOSITIE XI.

In een gegeve Cirkel een Regulieren, dat is een gelyk-sijdigen en gelyk-hoekigen vyf-hoek te beschryven. Probl. 11.



CONSTRUCTIE.

1. Gemaakt hebbende een gelyk-benigen Triangel na de voorgaande Propositie, beschryft

schryft in de gegeve Cirkel een Triangel
a 2. IV. EFG. die met de vorige gelyk-hoekig sy. [a]

2. Snyt desselfs hoeken op den Basis, als EFG. EGF. twevoudig met de linien FI. GH.

3. Trekt de vyf regte linien EH. HF. FG. GI. IE.

Ik segge dat EHFGI de begeerde vyfhoek is.

DEMONSTRATIE.

VOOR DE ZYDEN.

De vyf hoeken EFI. IFG. EGH. HGF. FEG. zyn gelyk door de Constructie.

Ergo zyn de vyf bogen daar sy opstaan,
a 26. III. aan malkanderen gelyk. [a]

En daarom de ondertogene regte linien
b 29. III. ook gelyk. [b]

Maar dese zyn de vyf zyden van de vyfhoek.

VOOR DE HOEKEN.

Den Boge HFGI is gelyk aan den Boge FGIE; door 't I. Deel.

Ergo is den hoek IEH gelyk aan EHF.

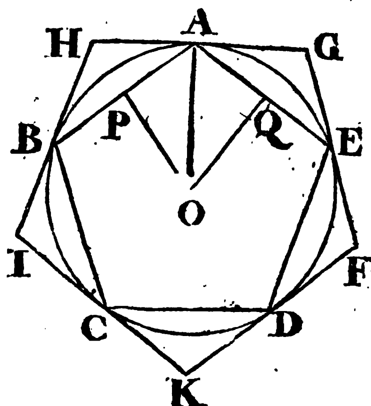
En op deselfde manier van de andere hoeken.

Ergo is EHFGI de begeerde regulire vyf-hoek.

PRO-

PROPOSITIE XII.

Een gelyk-sydigen en gelyk-hoekigen vyf-hoek om een gegeve Cirkel te beschryven. Probl. 12.



CONSTRUCTIE.

1. Beschryft door de voorgaande propositie in de gegeve Cirkel een reguliere vyfhoek ABCDE.

2. Trekt op de vyf punčten A. B. C. D. E so veel raak-linien, die te samen sullen komen in de vyf punčten H. I. K. F. G.

Ik segge, dat de Figuer HIKFG de begeerde regulieren of geschikte vyf-hoek is.

DE-

DEMONSTRATIE.

VOOR DE ZYDEN.

Uyt het Centrum O trekt de Perpendicularen O P. O Q. als ook de Radius O A.

So is in de Triangels O A P. O A Q.

De zyde { O P gelyk O Q. om dat de gelyke A B. A E even verre van 't Centrum afstaan. a
a 14. III.
A P gelyk A Q. om dat de gelyke A B. A E. twevoudig gedeelt zyn. b
b 3. III.
O A gemeyn. }

---

c 8. I. Ergo is den hoek O A P gelyk O A Q. c
Maar O A H gelyk O A G. beyde regt.
De bovenste van de onderste getrocken.

Blyft H A B gelyk aan G A E.

Daar na

De Triangels B H A. E G A. zyn gelykbenig; om dat uyt H getrocken zyn de twe raak-linien H A. H B: en uyt G de twe raak-
d 2 Cor. 6. III. linien G A. G E. die gelyk zyn. d
Daarom hebben die Triangels de hoeken H B A. H A B. gelyk aan G A E. G E A. op de Bases niet alleen de eene aan de eene, maar ook door malkanderen alle vier gelyk: En daerom zyn die vier zyden B H. H A.

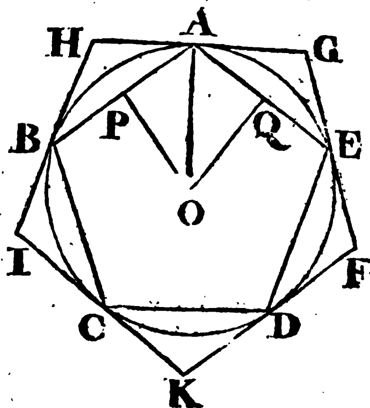
A G.

AG. GE ook aan malkanderen gelyk. e — e 6. 1.

En op de ſelfde manier word gedemonſtreert dat alle tien die linien aan malkanderen gelyk zyn.

So nu een is gelyk aan een, ſullen ook twe gelyk zyn aan twe.

En by gevolg, die vyf zyden, die yder uyt twe ſodanige linien beſtaan, ook gelyk zyn.



VOOR DE HOEKEN.

Uyt het gedemonſtreerde blykt, dat de vyf Triangels AHB. BIC. CKD. DFE. EGA. alle hare zyden aan malkanderen gelyk hebben: Waar uyt dan volgt dat de vyf hoeken H. I. K. F. G. ook aan malkanderen gelyk zyn. — f 8. 1.

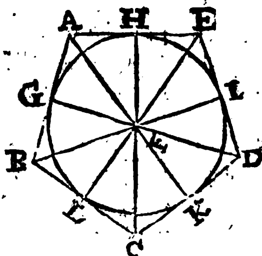
C O-

COROLLARIUM I.

Als in een Cirkel een reguliere Figuer beschreven is, en door deselfs hoek-punćten so veel raek-linien getrocken worden, die sullen sodanig te samen komen, dat sy een Figuer uytmaken gelyk-namig met de ingeschreve Figuer.

PROPOSITIE XIII.

Probl. 13. *In een reguliere of geschikte vyf-hoek een Cirkel te beschryven.*



CONSTRUCTIE.

1. Kiest twe hoeken uyt nae believen, als A en E; en deelt deselve twevoudig met de regte linien A F. E F.

2. Uyt het doorsnijd-punćt F trekt op alle de zyden Perpendicularen.

3. Uyt

3. Uyt F als Centrum, en met een van die Perpendicularen als Radius, beschrijft een Cirkel.

Ik segge dat die de begeerde Cirkel sal zyn.

DEMONSTRATIE.

In de Triangels A G F. A H F. is

Den { hoek G A F gelyk H A F. hoek A G F gelyk A H F. } door Constructie.

De zyde A F gemeyn.

Ergo is de zyde G F gelyk H F.[a] a 26. I.

Op de selfde manier demonstreert men dat is H F gelyk I F. I F gelyk K F. K F gelyk L F. en eyndelyk L F gelyk G F.

So dat alle die Perpendicularen aan malkanderen gelyk zyn.

Ergo sal de Cirkel met den Radius F H beschreven door de punten I. K. L. G. door gaan, alwaer sy de zyden ook sal aanraeken: om dat de hoeken aan die puncten regt zyn.[b] b 16. III.

COROLLARIUM I.

In alle regulire veel-hoekige of veel-zydige Figueren, sullen de linien die de hoeken twevoudig snyden, in een en 't selve punct te samen komen.

COROLLARIUM II.

In alle regulire veel-hoeken (of Polygonen) hebbende oneven zyden, sal de linie, die een van de hoeken twevoudig deylt, de overstaende zyde ook twevoudig snyden.

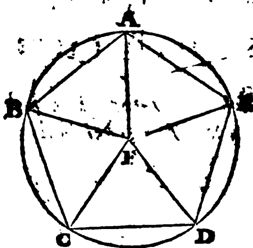
SCHOLIUM.

Volgens deselve manier kan men in alle regulire Figueren een Cirkel beschryven.

PRO-

PROPOSITIE XIV.

Om een reguliren vyf-hoek een Cirkel te beschryven. Probl. 14.



CONSTRUCTIE.

1. Deelt twee hoeken, als A en B twee-voudig, met de regte linien AF. BF. die in F te samen sullen komen.

2. Uyt het Centrum F; met de Radius FA; of FB beschryft een Cirkel.

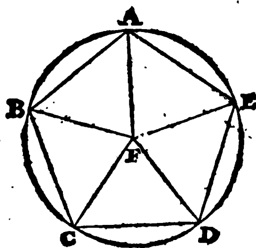
Ik segge dat deselve door alle de hoek-punckten van de gegeven vyf-hoek sal door gaan.

DEMONSTRATIE.

In den Triangel FAB. is

Den hoek FAB gelyk FBA. om dat haere dubbelden gelyk zyn.

4.6.1. Ergo is de zyde F A gelyk F B.



Als men nu de hoeken B. C. D. E. twevoudig ſnyt met de linien CF. DF. EF. demonſtreert men ligtelyk op de ſelfde manier dat alle de linien A F. B F. C F. D F. E F. aan malkanderen gelyk zyn.

Ergo ſal de Cirkel door alle de hoek-punčten door gaan, en by gevolg om de vyfhoek beſchreven zyn.

Dat te doen was.

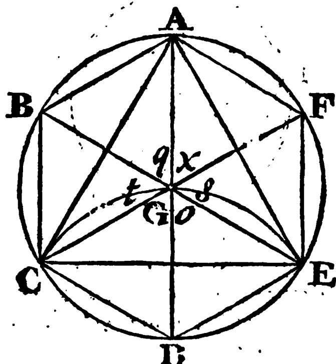
SCHOLIUM.

Volgens de ſelfde manier kan men om alle regulire Figuren een Cirkel beſchryven.

PRO-

PROPOSITIE XV.

In een gegeve Cirkel een regulieren Ses-boek te beschryven. Probl. 15.



CONSTRUCTIE.

1. Uyt het punct D, na believen, als Centrum, met DG. de Radius van de gegeve Cirkel beschryft den Boge CGE.

2. Uyt de drie puncten C. D. E. trekt de drie Diameters CF. DA. EB.

3. Trekt de ses regte linien AB. BC. CD DE. EF. FG.

Ik segge dat ABCDEF de begeerde Seshoek is.

DEMONSTRATIE VOOR DE ZYDEN.

De linien DC. DE. zyn gelyk aan den Radius DG. En de linien GC. GE. GD zyn selfs Radii.

Ergo zyn de vyf linien GC. GD. GE. DC. DE aan malkanderen gelyk.

En daarom zyn de twe Triangels GCD. GED. gelyk-zydige Triangels.

Ergo zyn de twe hoeken G en *O* yder een derde gedeelte van twe regte. a

a Schol. 1. I. Maar de drie hoeken G. *O. S.* te samen zyn gelyk aan twe regte, of aan drie derde parten van twe regte.

Ergo is de derde hoek *S* ook een derde part van twe regten.

En daarom de drie hoeken G. *S. O.* zyn aan malkanderen gelyk.

Maar dese drie hoeken zyn gelyk aan haer tegen overstaende aan 't doorsnydpunct; namelyk G aan *X*; *O* aan *Q*; *S* aan *T*. b

b 15. I.

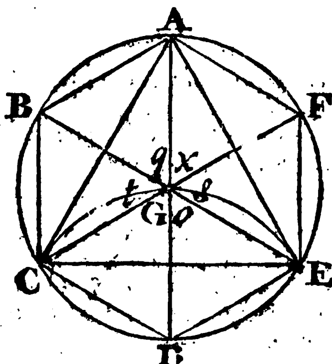
Ergo zyn de ses hoeken aan 't Centrum gelyk.

En daerom de ses Bogen AB. BC. CD. DE. EF. FA. gelyk. c

c 26. III.

d Ergo

d Ergo zyn de ses ondertrockene regte linien AB. BC. CD. DE. EF. FA. die de zyden van de ses-hoek uytmaken, ook aan malkanderen gelyk. d 29. III.



VOOR DE HOEKEN.

Welkers gelykheyt hier uyt klaar blykt, om dat sy alle op gelyke bogen staen: namelyk, op vier selfde parten van de gehele Circumferentie. Ergo zyn sy aan malkanderen gelyk. e e 21. III.

COROLLARIUM.

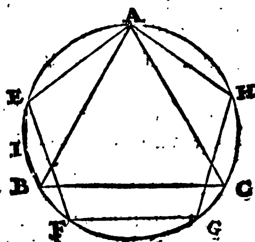
De zyde van een ses-hoek is gelyk aan de Radius van de Cirkel, daar de selfde in beschreven is.

SCHOLIUM.

Als men trekt de drie regte linien AC. CE. EA: so sal ACE een gelyk-zydigen Triangel zyn beschreven in de Cirkel.

PROPOSITIE XVI.

Probl. 16. *In een gegeve Cirkel een reguliren of geschikten vyftien-hoek te beschryven.*



CONSTRUCTIE.

1. Beschryft in de Cirkel een reguliren vyf-hoek AEFGH.[a]

a 11. IV.

2. En dan nog een regulire of gelyk zydigen Triangel AIC.[b]

b Schol. 25. IV.

Ik segge dat de regte BF een zyde sal zyn van de begeerde vyftien-hoek.

DE-

DEMONSTRATIE.

Een vyf-hoek A E F G H deylt de gehele omtrek in vyfgelyke delen; waer van yder deel by gevolg uytmaekt een vyfde of drie vyftiende van de Circumferentie, en daerom sullen de twee A E. E F zyn ses vyftiende gedeeltens van de gehele Peripherie of omtrek.

Van gelyken den Triangel A B C deylt de gehele omtrek in drie gelyke delen, waar van yder als A B. is een derde of vyftiende van de gehele omtrek.

A E F gelyk aan 6 vyftiende	van de omtrek,
A E B gelyk aan 5 vyftiende	

De onderste van de bovenste afgetrocken, blyft

De boge B F gelyk aan een vyftiende.

En daarom, so van B tot F een regte linie B F getrocken word, sal die de zyde zyn van een reguliren vyftien-hoek, de welke met nog veertien andere linien, alle gelyk aan B F, vervolgens in de omtrek beschreven zynde, de gehele vyftien-hoek sullen uytmaken: wiens hoeken alle sullen aan malkandere gelyk zyn, om dat de bogen, daar sy op staan alle dertien vyftiende van de gehele omtrek bevatten, en alsso gelyk zynde, gelyke hoeken aan den omtrek maeken. c

EYNDE VAN HET VIERDE BOEK.

HET VYFDE BOEK.

DEFINITIEN.

1. *Een (effen opgaande) Deel is een grootheyt van een grootheyt, een kleynder van een groter, als de kleynder de groter afmeet, (of sonder overschot deylt.)*

UYt het negende Axioma blykt dat het geheel grooter is als sijn Deel; waar uyt dan ook volgt dat het Deel in sijn geheel begrepen word.

Maar dit geschiet op twederley wijse:

Of het deel word sodanig in sijn geheel begrepen, dat het selve eenige reysen genomen zijnde, juyst en net gelijk word aan sijn geheel: Als by voorbeelt het getal 4. is kleynder als sijn geheel 12. en word daarom in die 12. begrepen als een Deel, maar sodanig dat het selve eenige malen, namelijk, drie malen genomen zijnde net gelijk word aan zijn geheel 12.

Daarom word dit deel by de Wis-konstenaars een effen opgaande deel genoemt, om dat het sijn geheel sonder eenig overschot deylt, welk deylen het selfde is met afmeten, gelijk het EUCLIDES uytdrukt, die in dese Definitie het ooge maar alleen heeft op dit effen opgaande Deel, en het andere, name-

namelijk, het niet effen opgaande, t'eenemaal voor by gaat.

Of het Deel word sodanig in sijn geheel begrepen, dat het selve eenige malen genomen zijnde, of groter of kleynder is als sijn geheel, en by gevolg aan het selve niet gelijk worden kan.

Als by voorbeelt, het vorige getal 4 is kleynder als sijn geheel 14, en word daar in als een Deel begrepen; Maar om dat 4 driemaal genomen kleynder is als 14, en viermaal genomen grooter is als 14, blijkt dat het de selfde eygenschap niet heeft als het effen opgaande Deel, en daarom die naam niet dragen kan.

Maar om dat het evenwel een Deel is van sijn geheel, kan het bequamelijk een niet effen opgaande Deel genoemt worden, als deylende sijn geheel altijt met eenig overschot, gelijk sulks uyt de Arithmetica genoeg bekent is.

Dog staat vorder te denken, dewijl EUCLIDES hier het woort van grootheyt gebruykt heeft, dat hy alleen reflexie maakt op de samenhangende grootheden, die ons door linien verbeeldet worden: Daar evenwel van dese Definitie niet moet uytgesloten worden, die grootheyt welkers Deelen niet samen hangen, en in getallen bestaat, dewijl op deselve al wat in dit gehele Boek van de Reden en Proportie of Evenredigheyt gedemonstreert word, even gevoeglijk ja ligter voor ons begrip, kan toegepast worden als op de samenhangende grootheyt.

Om

Om welke reden wy ook met vele andere, de linien voorby gaande, alle de Propositien van dit Boek in getallen demonstreeren; en, nog te meer, om dat wy van onse eerste jeugt af aan de getallen meer als aan de linien gedagt hebbende, by gevolg ook gewooon zijn deselve meer te gebruyken.

2. *Maar een menigvuldige grootheyt is een grooter van een kleynder, als de kleynder de grooter afmeet (of sonder overschot deylt.)*

Gelyk wy in de voorgaande Definitie twederley Deel getoont hebben, konnen wy ook op deselfde manier twederley geheel verbeelden: namelyk een geheel; 't welk sijn Deel net eenige malen begrypt, en daarom van 't selve sonder eenig overschot afgemeten of gedeylt word; En daar na een geheel. 't welk sijn Deel niet juyst eenige malen in sig begrypt, en daarom van 't selve niet sonder overschot gedeylt word: Van welke soorte van gehelen, het eerste hier verstaan word, en met de naam van menigvuldig genoemt: gelyk het ander ook gevoeglyk een niet menigvuldig geheel soude konnen genoemt worden.

3. *Reden is een sekere onderlinge of wedersijdsche geschiktheyt en hebbelykheyt van twe gelykstaltige of gelyknamige grootheden, volgens een en selfde gemene maat of deler.*

Dewyl eygentlyk eene saak met sig selfs niet

niet kan vergeleken worden volgens de grootheyt, om dat sy aan sig selfs gelyk, en by gevolg nog groter nog kleynder is: So blykt dat meer saken als een vereyst worden, om een vergelykinge te maken; welke alhier twe gestelt worden.

Dese twe moeten van een selfde natuer, gestalte en naam zyn: so dat vergeleken kan worden een linien met een linie; een Superficies ofte Vlak met een Vlak; een Corpus of Lighaam met een Lighaam: Maar geensints eenige geschiktheyt of vergelykinge kan gevonden worden, tusschen een linie en een Superficies, nog tusschen een Superficies en een Lighaam, om dat sy niet van een selfde natuer, gestalte of naam zyn.

Welke gelykstaltigheyt nog nader verklaart word in de volgende vyfde Definitie.

Dese moet in de vergelekene saken verstaan worden volgens hare grootheyt, of de menigte der gelyke Delen, die in deselve begrepen worden; so dat de eene word gesegt, gelyk of grooter of kleynder te zyn als de andere, na dat sy of even veel, of meerder of weyniger gelyke Delen in sig bevat als d'andere: Waar van daan dan nog komt, dat de eene word gesegt het dubbelt of drie dubbelt van d'andere te zyn, als sy tweemaal of driemaal so veel gelyke Delen in sig begrypt als de andere.

Hier uyt blykt klaarlyk, dat een Reden niets anders is als een manier van bevatten of begrypen, volgens welke de eene groot-

heyt

heyt de andere in sig bevat of begrypt, of in deselve begrepen word; En dewyl dese bevattinge door geen bequamer manier kan ondersogt worden, als door de Arithmetische deylinge, volgt ook dat een Reden niet natuerlyker als door stellinge van een gebroken kan uytgedrukt worden.

By voorbeelt: Stelt twe getallen, als 16 en 4, die, als van de selfde natuer zynde, een sekere Reden of geschiktheyt tot malkanderen hebben, en van welke het getal 16 groter zynde, het andere 4 in sig bevat.

Welke wyse van bevattinge ondersogt en bekent gemaakt word, als men siet hoe menigmaal 't getal 16 het andere 4 in sig begrypt, het welke niet anders als door de Divisie of deylinge geschiet, waar door wy de quotient of maal 4 krygen, die ons by gevolg doet seggen, dat het eene getal 16 het vier dubbelt is van het andere 4: Of dat de Reden tusschen 16 en 4 is een vier dubbelde Reden; Of dat 16 sig heeft tot 4, als 4 tot 1. Het welk ook seer gemacklyk word uytgedrukt door dese Fractie of Gebroken $\frac{16}{4}$, die ons te kennen geeft, dat 16 door 4 of alrede gedeylt is, of nog moet gedeylt worden.

So wy nu twe andere getallen nemen, als by voorbeelt 8 en 2, en in 't ondersoeken wat reden deselve tot malkanderen hebben, bevonden dat het grootste getal 8 het kleynste 2 in sig viermaal bevat, om dat wy: namelyk door de Divisie deselfde maal 4 kry-

4 krygen; Het welk op de wyse van een gebroken uytgedrukt word $\frac{8}{2}$; So sal blyken dat de Reden die 16 tot 4 heeft, de selfde, of gelykformig, of gelyk is met die Reden, die 8 heeft tot 2: om dat 16 de 4 so menigmaal in sig begrypt als 8 de 2.

Waar uyt nu verder openbaar word, dat even menigvuldig te zyn, niet anders betekent als een en deselve reden te hebben; Gelyk so men segt dat 16 even menigvuldig is van 4, als 8 van 2, niet anders is te seggen, als dat 16 tot 4 de selfde Reden heeft, met die, welke 8 heeft tot 2: om dat van beyde kanten, namelyk, en van die even menigvuldigheyt, en van die selfde Reden door de Divisie de selfde quotient of maal verkregen word: welke betekeninge van deselfde reden wy op dese manier gevoeglyk uytdrucken, als wy seggen dat $\frac{16}{4}$ is gelyk aan $\frac{8}{2}$.

Welke gebrokens wederom konnen op een andere manier verbeelt worden, als wy seggen dat 16 sig heeft tot 4 als 8 tot 2; 't welk wy volgens onse wyse uytdrucken

16 ——— 4 ═══ 8 ⟂ 2.

Staat verder aan te merken, dat die grootheyt die gelegt word tot een andere een Reden te hebben, of die tot een andere vergeleken word, genoemt word de voorgaande term of Deel van de Reden; gelyk

de

de andere, tot welke de voorgaande een Reden heeft de naam draagt van de volgende term of Deel van de Reden. By voorbeelt in de Reden van 16 tot 4, is 16 de voorgaande, en 4 de volgende term: gelyk ook in de Reden van 4 tot 16, draagt in tegendeel 4 de naam van de voorgaande, en 16 die van de volgende.

Volgt nu de verdeylinge en onderscheydinge van de Reden, volgens welke sy verdeylt word.

I. In een uytspreekelyke en onuytspreekelyke Reden.

Uytspreekelyke Reden is sodanige, welke met waare en bekende getallen, kan verklaert, uytgedrukt en uytgesproken worden: gelyk als de Reden van 6 tot 3: die de selfde is met de Reden van 2 tot 1: die een dubbelde of twevoudige Reden genoemt word.

Onuytsprekelyke Reden is die, welke met bekende getallen niet kan uytgedrukt worden: gelyk wy daar van een klaar Exempel hebben in een Quadraat, welkers Diameter tot sijne zyde een Reden heeft, (als zynde een linie met een linie vergeleken) maar sodanige, die het onmogelyk is met bekende getallen te verklaren. Gelyk in een Quadraat wiens zyde twe delen bevat, sal de Diameter met een Surdisch, Radicaal of Wortel getal Rad. 8. uytgedrukt worden: Dewyl het nu onmogelyk is de grootheyt van dit Wortel getal Rad. 8. net uyt te drucken, sal het ook onmogelyk zyn, de Reden te verklaren, die daar is tusschen

den

den Diameter Rad. 8. en de zyde 2: die daarom met regt onuytsprekelyk mag genoemt worden.

II. Word de Reden verdeylt in een Reden van gelykheyt en Reden van ongelykheyt.

Reden van gelykheyt, is die welkers voorgaande en volgende termen aan malkanderen gelyk zyn: als de Reden van 4 tot 4, en van 2 tot 2: en meer andere.

Reden van ongelykheyt, is die, welkers voorgaande en volgende termen aan malkanderen ongelyk zyn; als de Reden van 4 tot 3: en van 2 tot 6.

Welke Reden van ongelykheyt wederom twederley gestelt word: Namelyk,

Reden van grootere ongelykheyt of grooterheyt: als de voorgaande term grooter als de volgende: gelyk de Reden van 4 tot 3: en van 6 tot 2.

Reden van kleyndere ongelykheyt of kleynderheyt: als de voorgaande term van de Reden kleynder is als de volgende: als by voorbeelt de Reden 3 tot 4, en van 2 tot 6.

4. *Proportie of evenredigheyt is een gelykformigheyt of gelykstaltigheyt der Redens.*

Gelyk in alle Reden twe grootheden, als Delen en termen vereyst worden, zo worden ook in alle Proportie of Evenredigheyt twe Redens vereyst: dewyl eene en dezelve Reden niet eygentlyk by sig zelve kan vergeleken worden.

Als dan twe Redens ſodanig geſtelt zyn, dat de voorgaande term van de eene Reden zyne volgende zo menigmaal in zig bevat; of in dezelve bevat word met of zonder overſchot; als de voorgaande van de andere Reden zyne volgende in ſig bevat, of in deſelve bevat word ook met of zonder overſchot; zo zullen die twe Redens een Proportie of Evenredigheyt uytmaaken.

By voorbeelt: Om dat in de Reden van 12 tot 4, de voorgaende 12 zyne volgende 4, zo menigmaal (namelyk driemaal) bevat; als in de Reden van 9 tot 3 de voorgaande 9 zyne volgende bevat (namelyk van gelyke driemaal.) So zullen die twe Redens 12 tot 4, en 9 tot 3, met malkanderen gelykformig of ook gelyk zyn: Welke gelykformigheyt van de Mathematici een Proportie of Evenredigheyt genoemt word.

Deze Proportie word driederley geſtelt: Namelyk een Arithmetiſche, of Telkonſtige; een Geometriſche of Meetkonſtige; en eyndelyk een Muſiſche of Sang. en Speelkonſtige Proportie.

Een Arithmetiſche of Telkonſtige Proportie is een gelykheyt van verſchillen, tuſſchen drie, vier, of meer getallen; waar ontrent aan te merken ſtaat, dat elk getal na believen voor zodanig verſchil kan genomen worden.

Als 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. Alwaar een of de eenheyt het gemeen verſchil is.

Of 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. Alwaar twe het verſchil is.

Of

Of 1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. Alwaar drie het gemene verschil is: En zo voorts in 't oneyndig.

Deze en andere diergelyke ordre van getallen, die met gelyk verschil opklimmende of afklimmende, dat is vermeerderende of verminderende voortgaan, worden genoemt een Arithmetische of Telkonstige Progressie.

Een Meetkonstige Proportie is een gelykformigheyt ofte gelykheyt van Redens tusschen drie, vier of meer grootheden of getallen: Alwaar ook elk getal, uytgesondert de eenheyt, voor de Noemer van de gemeyne Reden kan genomen worden.

Als 1. 2. 4. 8. 16. Welke in een twevoudige Reden tot malkanderen staen: Waarom ook het getal 2 de Noemer van de Reden is.

Of 1. 3. 9. 27. 81. Welke in een drievoudige Reden tot malkanderen staende, het getal 3 hebben tot een Noemer van de gemeyne Reden.

Dese en andere diergelyke ordre van grootheden of getallen die met gelykheyt van Redens vermeerderende of verminderende geduerig voortgaan, worden genoemt een Geometrische of Meetkonstige Progressie.

Een Musische of Sang-en Speelkonstige Proportie is volgens welke drie grootheden, sodanig geschikt zyn, dat de eerste tot de derde de selfde Reden heeft, als het verschil van de eerste en twede heeft tot het verschil

van de twede en de derde.

Welke Proportie in deze drie getallen 6. 8. 12. te vinden is; dewyl het eerste 6 sig heeft tot het derde 12; als 2, het verschil van 't eerste en twede, tot 4 het verschil van 't twede en 't derde.

5. *Die grootheden worden gesegt een Reden tot malkanderen te hebben, welke gemultipliceert of vermenigvuldigt zynde malkanderen wedersyts konnen overtreffen.*

Hier word verder verklaart, welke grootheden gelykstaltig of gelyknamig zyn die in de voorgaande 3 Definitie gezegt worden een Reden tot malkanderen te hebben; namelyk zodanige, welker kleynste, door de Multiplicatie zo verre kan vermeerdert en vergroot worden, dat zy d'andere overtreft, die te voren grooter was.

Waer uyt nu klaer blykt, dat die grootheden, welck zodanige Multiplicatie niet toe laten, ook geensins eenige Reden tot malkanderen hebben.

So zal een linie oneyndigmaal gemultipliceert en by sig selven by gedaan, nooyt grooter worden als een Superficies: dewyl een linie door zodanige multiplicatie nooyt van aart sal veranderen, en de natuer van een Superficies of Vlak aannemen.

Waarom ook een linie en Superficies geen Reden tot malkanderen hebben.

Gelyk ook gene Reden kan begrepen worden te zyn tusschen een linie en een Corpus

pus of lighaam, nog ook tusschen een Superficies en een Corpus, dewyl, hoedanig een linie of Superficies ook gemultipliceert of vermenigvuldigt worden, zy nooyt hare aart en natuer verlaaten, en in een Corpus veranderen zullen, en by gevolg ook niet grooter zullen konnen worden als een lighaam. Waarom tusschen een linie en een lighaam: als ook tusschen een Superficies en een lighaam gansch gene Reden kan gestelt of begrepen worden.

Maar dewyl deze multiplicatie plaats heeft in de zyde van een Quadraat en desselfs Diameter, besluyten wy ook dat zy een Reden tot malkanderen hebben; Om dat de zyde zo kan gemultipliceert en by sig zelven geaddeert worden, dat zy grooter word als de Diagonaal of Hoek-linie; gelyk door de 20. I. ook bekent is, dat de twe zyden van een Triangel grooter zyn als de derde, de welke wy hier nemen den Diameter te zyn; alhoewel, gelyk wy te voren aangewesen hebben de Reden onuytsprekelyk is. en met gene bekende getallen kan uytgedrukt worden.

Ja zelver krom-linische en regt-linische grootheden konnen een Reden tot malkanderen hebben, dewyl tusschen dezelve een gelykheyt en ongelykheyt kan gevonden worden. HIPPOCRATES CHIUS heeft een Quadraat gevonden, dat gelyk is aan de Superficies van een Maens-wyse Figuer: ARCHIMEDES een Quadraat gelyk aan een Parabola of Brant-snee: Gelyk ook

PROCLUS ons een krom-linifchen hoek vertoont, die gelyk is aan een regt-linifchen hoek.

6. *De grootheden worden gesegt in een en deselve Reden te zyn: Namelyk de eerste tot de twede gelyk de derde tot de vierde; als de eerste zyne twede, zo dikwils sonder of met sodanig een gebroken in zig begrypt, of in dezelve begrepen word; hoe dikwils de derde zyne vierde zonder of met hoedanig een gebroken in zig begrypt of in dezelve begrepen word.*

Wy hebben te voren gezien dat een Reden eygentlyk niet anders is als een zekere manier van bevatten, volgens welke de eene grootheyt de andere in zig bevat, of in de andere bevat en begrepen word.

Geftelt zynde twe getallen 16 en 4, word die manier volgens welke de 16 het getal 4 in zig begrypt met de naem van viervoudig uytgedrukt, om dat namelyk de 16 de 4 viermalen in zig begrypt.

So nu van twe andere getallen 8 en 2 het eene 8 het andere 2 ook op dezelve manier, (die viervoudig genoemt word) in zig begrypt; blykt dat aan beyde kanten de manier van begrypen gelyk of de zelfde is; En dewyl volgens het voor gezeyde zodanige manier van begrypen en een Reden een en dezelve zake zyn, zo konnen wy ligtelyk befluyten, dat ook de reden aan beyde kanten de zelfde is: en dat daarom

de

de vier grootheden 16 en 4. 8 en 2. twe en twe in de selfde Reden tot malkanderen genomen zyn.

Van gelyken, dewyl het getal 20 een ander getal 8 niet enkelyk eenige malen sonder gebroken in zig begrypt, maar met een manier van begrypen die twevoudig met een half genoemt, en op deze wyze $2\frac{1}{2}$ uytgedrukt word; indien nu van de getallen 10 en 4 het eerste 10. het andere 4 op de zelfde manier, (die dubbelt en een half zynde, met de zelfde cyffers uytgedrukt word) in zig bevat, zo zal aan beyde kanten, de manier van bevatting, of de Reden (dewyl wy nu zonder onderscheyt beyde voor een en dezelfde zake nemen) dezelfde zyn; en by gevolg zullen de grootheden 20. 8. en 10, 4. twe en twe genomen zynde, in een en de zelfde Reden zyn.

7. *Sodanige grootheden, die (twe en twe genomen zynde) dezelve Reden tot malkanderen hebben, worden Proportionalen of Evenredige genoemt.*

De Proportionalen komen ons in twederley onderscheyt voor: Want zy zyn

Of vervolglyk geduerig Proportionaal en Evenredig.

Of niet gedurig Evenredig, welke laatste alleen maar enkelyk Proportionalen genoemt worden.

Gedurig Proportinaal worden gezegt die

grootheden, welke met malkanderen ſtaan in een Geometriſche Progreſſie (waar van wy te voren eenigſins gewag hebben gemaakt,) waar in van term tot term dezelfde Reden vervolgt, en een zelfde term twemaal genoemt en herhaalt word, zo dat zy in de eerſte de volgende term van de Reden zy, en de voorgaande in de twede.

By exempel: Uyt de Geometriſche Progreſſie, 1. 2. 4. 8. 16. (welkers noemer is 2) kieſt navolgens vier termen, als 1. 2. 4. 8. deze zullen gedurige Evenredige zijn, om dat dezelve Reden (namelijk de twevoudige) van de eerſte tot de twede; van de twede tot de derde; en eyndelijk van de derde tot de vierde gedurig vervolgt: Want de eerſte 1 heeſt zig tot de twede 2, als dezelve twede 2, zig heeft tot de derde 4. daar na de twede 2 heeft zig tot de derde 4. als dezelve derde 4, tot de vierde 8. 't welk ook nog verder kan vervolgt worden, indien men meer termen van een en de zelfde Progreſſie neemt.

Niet gedurige Evenredige worden gezegt die grootheden: wanneer dezelve Reden, die daar is tuſſchen de eerſte en de twede niet vervolgt of voortgaat tuſſchen de twede en de derde, maar hier afgebroken zynde, eerſt wederom gevonden word tuſſchen de derde en de vierde: gelyk in deze getallen 12. 6. 8. 4. de Reden, die 12. heeft tot 6. vervolgt niet tuſſchen 6 en 8. maar die word hier afgebroken, en gaat als met een ſprong over tot de twe andere ge-

getallen 8 en 4. dewijl de 8 zijne 4 even zo dikwils in zig begrijpt, als de 12 zijne 6. Deze grootheden, als wy terstont gezegt hebben, worden maar enkelijk en in 't algemeyn Proportionalen of Evenredige genoemt.

8. *Maar als de eerste grootheyt zyne twede meer of weyniger malen in zig begrypt, als de derde zyne vierde; So word de eerste tot de twede gezegt groter of kleynder Reden te hebben als de derde tot de vierde.*

Laat genomen worden de vier getallen 8. 2. 6. 3. van welke het eerste 8 zyne twede 2 meermalen (namelijk vier) in zig begrypt, als het derde 6 zijne vierde 3 (die het maar twemaal begrijpt): De Reden die 8 tot 2 heeft, zal groter zyn als de Reden, die 6 heeft tot 3.

Want te voren hebben wy uyt de natuer van de Reden gesien, dat die Reden, welke 8 tot 2 heeft, kan uytgedrukt worden door deze gebroken $\frac{8}{2}$ (welke gelijk is aan 4.) Gelijk ook de Reden die 6 heeft tot 3 verklaart kan worden door de gebroken $\frac{6}{3}$ (die gelijk is aan 2.) Dewijl nu de eerste gebroken grooter is als de twede, blijkt ook klaar uyt de natuer van de Reden, dat de eerste grooter is als de twede.

Daar na laat wederom gestelt worden vier getallen 12. 6. 8. 2. van welke het eer-

ste 12 zijne twede 2 mindermalen begrijpt (namelijk twemaal) als het derde 8 zijne vierde 2 (namelijk viermaal:) So zal de gebroken $\frac{12}{6}$ kleynder zijn, als de gebroken $\frac{8}{2}$ zynde de eerste gelijk aan 2, en de laatste gelijk aan 4. Dewyl nu een gebroken en een Reden een en 't zelve zijn, blijkt ook dat de eerste Reden kleynder zal zijn als de laatste.

9. *Maar een Proportie of Evenredigheyt kan voor het minsten uyt drie termen bestaan.*

Ider Reden vereyst twe termen, een voorgaande en een volgende: En yder Proportie vereyst twe Redens, en daarom schijnt yder Proportie nootsakelijk uyt vier termen te moeten bestaan: Dewelke vier waerlijk ook vereyst worden, in een Proportie die niet gedurig vervolgt: Maer als de termen gedurig Proportionaal zijn, konnen drie zodanige een Proportie uytmaken, zynde het even zo veel als of daar vier gestelt waren.

Gelijk in getallen 2, 4. 8. of 16. 8. 4. de Reden van de eerste tot de twede is de eerste Reden; en daar na de Reden van de zelfde twede tot de derde, maakt de twede Reden: Welke twe Redens met malkanderen een volstrekte Proportie stellen.

10. *Als drie grootheden Proportionaal zyn,*

zo

zo word gezegt, dat de eerste tot de derde een verdubbelde Reden heeft, van die Reden, welke de eerste heeft tot de twede.

Maar als vier grootheden gedurig Proportionaal zyn; So word gesegt dat de eerste tot de vierde een driemaal verdubbelde Reden heeft van die Reden, welke de eerste heeft tot de twede.

En zo voorts een meer, zo lang als de Proportie vervolgt.

Sommige menen dat een twevoudige of dubbelde Reden een en 't zelve betekent met een verdubbelde Reden; welke twe nogtans met voorzigtigheyt van malkanderen moeten onderscheyde worden.

Want een twevoudige Reden staet tusschen twe grootheden of getallen, waar van de eene de andere juyst twemael bevat: gelijk de getallen 8 en 4. als ook 6 en 3 in een twevoudige of dubbelde Reden tot malkanderen staen; Welker tegen gestelde word genoemt een omgekeerde dubbelde Reden, die namelijk die 4 heeft tot 8, en 3 tot 6. die sig tot malkanderen hebben als 1 tot 2. dewijl $\frac{4}{8}$ en $\frac{3}{6}$ zijn gelijk aan $\frac{1}{2}$

Maar een verdubbelde Reden kan gegeven worden in grootheden en getallen, daar niet 't minste teeken van een twevoudige of dubbelde Reden te vinden is.

By voorbeelt gestelt zynde dese drie Proportionale getallen 3. 9. 27. so sal de Reden die de eerste 3 tot de derde 27 heeft, een verdub-

dubbelde Reden genoemt worden van die Reden, welke de eerste 3 heeft tot de twede 9. daar nogtans de Reden van 3 tot 27 geensints twevoudig of dubbelt is, maer de omgekeerde van een negenvoudige.

En word sodanige Reden een verdubbelde Reden genoemt, om dat die Reden, die 'er staet tusschen de eerste en de twede grootheyt, tusschen de twede en de derde nog eens als herhaalt word; Welke herhalinge niet bequamer kan begrepen worden, als by manier van Multiplicatie; So dat, gestelt zijnde twe termen van een Reden, als 3 tot 9. om deselve nog eens te herhalen ('t welk hier verdubbeling genoemt word) de termen van de selve door sig selven gemultipliceert moeten worden: Namelyk 3 door 3. en 9 door 9. waar door men dan krijgt de Reden van 9 tot 81, welke een verdubbelde Reden genoemt word van die Reden, welke 3 tot 9 heeft.

So sal dan de eerste term 3, sig hebben tot de derde 27, als 9 tot 81. gelyk sulks uyt de nature aan de Reden en der Proportionalen te voren verklaart, genoegsaam bekent is: dewyl namelyk, 't getal 3 so menigmael begrepen word in 27. als 't getal 9 in 81. gelyk wy door de divisie bevinden dat sulks aan beyde kanten negenmael geschiet.

Als nu vorder vier geduerige Evenredige gestelt worden 2. 4. 8. 16. So word de Reden, die 'er is tusschen de eerste 2 en de twede 4 voor de eerstemaal herhaelt tusschen de twede 4 en de derde 8. en nog eens voor de twedemael tusschen de derde 8 ende vierde

16.

16. Dewyl nu dese herhalinge door de Multiplicatie geschiet, so moeten, om de driemaal verdubbelde Reden van 2 tot 4 te hebben, desselfs termen 2 en 4 eerst door sig selve gemultipliceert worden: en de producten of uytkomsten 4 en 16 nog eens door de selfde termen 2 en 4. door welke multiplicatie wy krijgen de termen 8 en 64. die de begeerde driemaal verdubbelde Reden sullen uytmaeken van die Reden die 2 heeft tot 4. Want dat de getallen 2. 16. 8. 64. Proportionaal zijn, kan men uyt de natuere van de Reden en Proportionalen ligtelyk demonstreren, als so even te voren in de verdubbelde Reden gedaen is.

Staet derhalven voor 't laatste hier aan te merken, dat een verdubbelde Reden niets anders is, als een Reden van de Quadraten, die van de termen der voorgestelde Reden gemaekt worden: Gelyk ook een driemael verdubbelde Reden een en 't selfde is met de Reden der Cuben of Teerlingen, die van de termen der voorgestelde Reden gemaakt worden.

11. *Gelyknaminge of gelijkduydende grootheden (in vier Proportionalen) worden gesegt te zijn, de voorgaande termen met de voorgaande, en de volgende met de volgende*

Laet gesteld zyn twe gelyke Redens 2 tot 4. en 3 tot 6. en by gevolg vier Proportionalen 2. 4. 3. 6. In welke de eerste 2 en de derde 3. zyn voorgaande termen, yder van sijne

Re-

Reden; dese worden gesegt te zyn gelyknamige; als ook de twede 4 en de vierde 6. zijnde yder de volgende term van sijne Reden, gelijknamige of saken van een selfde natuer beduydende, genoemt worden.

Van de manieren van Argumenteren of Redenkavelen.

Dewijl de Matematici of Wiskonstenaers uyt vier voorgestelde Proportionalen meer als eene conclusie of besluyt trekken, die sy manieren of wijsen van Redenkaveling noemen: worden deselve van EUCLIDES tot ses gebragt: dewelke in so veel Definitien voorgestelt, en daar na in dit vyfde boek met even so veel Propositien gedemonstreert worden.

12. *Verwisselende Reden is; als in vier Proportionalen, gesteld word dat de voorgaande tot de voorgaande sulke Reden heeft; als de volgende tot de volgende.*

12 —— 6 ═══ 8 | 4

Laat gestelt zyn vier Proportionalen
Waar van 12 en 8 zijn de voorgaande:
En de overige 6 en 4 de volgende, als nu gestelt word: dat is

12 —— 8 ═══ 6 | 4

Of de voorgaande 12. tot de voorgaande 8. gelyk de volgende 6. tot de volgende 4 So word dat een verwisselende Rede genoemt: welke daar na gedemonstreerd word in de 16 Propositie.

13.

13. *Omgekeerde Reden is, als in vier Proportionalen gestelt word, dat de volgende (als voorgaande) tot de voorgaande (als volgende) zulke Reden heeft als de volgende tot de voorgaande.*

Stelt wederom vier Proportionalen

12 —— 6 ═══ 8 | 4

Dan zal de omgekeerde Reden zo staan.

6 —— 12 ═══ 4 | 8.

Of de eerste Proportie van agteren na voren lezende.

4 —— 8 ═══ 6 | 12.

't Welk gedemonstreert word in 't Scholium van de 16 Propositie.

14. *Compositie of zamensettinge van een Reden, is als in vier Proportionalen de eerste voorgaande te samen met zyne volgende tot dezelve volgende gezegt worden dezelve Reden te hebben, als de twede voorgaande te zamen met zyne volgende tot dezelfde volgende.*

Stelt de vier Proportionalen

12 —— 6 ═══ 8 | 4.

So zal door de zamensettinge van Reden zyn

12 met 6 / Dat is 18. —— 6 ═══ 8 met 4 / Dat is 12. | 4

Of de eerste term te zamen met de twede, heeft zig tot dezelfde twede: als de derde

derde te zamen met de vierde zig heeft tot de zelfde vierde. Gelyk zulks gedemonstreert word in 18 Propositie.

15. *Divisie of Deylinge van een Reden is, als in vier Proportionalen, de eerste voorgaande minder (of afgetrocken zynde) zyne volgende tot deselfde volgende gesegt word deselve Reden te hebben, als de twede voorgaande minder zyne volgende tot de zelfde volgende.*

Stelt wederom vier Proportionalen

18 —— 6 ═══ 12 | 4.

Dan zal door de deylinge van de Reden, op deze manier de Proportie staan.

18 min 6.			12 min 4.	
Dat is 12.	—— 6	═══	Dat is 8.	4

Of de eerste term min de twede, heeft zig tot de zelfde twede: gelyk als de derde term min de vierde zig heeft tot dezelve vierde.

Converſio. 16. *Een verwendinge (of omgekeerde divisie) van een Reden is, als in vier Proportionalen, de eerste voorgaande zig heeft tot dezelve voorgaande min zyne volgende; gelyk de twede voorgaande zig heeft tot de zelfde voorgaande min zyne volgende.*

Laat gestelt worden deze vier Proportionalen.

18 —— 6 ═══ 12 | 4.

So zal die Proportie door verwending van de Reden op deze volgende manier ſtaan.

18 —— $\frac{\text{18 min 6}}{\text{Dat is 12.}}$ ═══ 12 | $\frac{\text{12 min 4}}{\text{Dat is 8.}}$

Of de eerſte term heeft zig tot de zelfde eerſte min de twede; gelyk als de derde tot dezelfde derde min de vierde: Het welk gedemonſtreert word in het Corollarium van de 17 Propoſitie.

17. *Reden uyt gelykheyt is, indien meer als twe grootheden geſtelt zyn, en nog andere even zo vele als de voorgaande, die twe en twe in dezelve Reden genomen worden.* Ex æqualitate.

Als in de eerſte grootheden, de eerſte de zelfde Reden heeft tot zyne laatſte: gelyk in de twede grootheden, de eerſte heeft tot zyne laatſte.

Laat geſtelt zyn drie quantiteyten 12. 6. 4.
En nog drie andere ——— ——— 6. 3. 2.
So zal door deze Reden uyt gelykheyt zyn

12 —— 4 ═══ 6 | 2.

Dat is de eerſte van de bovenſte heeft zig tot zyne laatſte, gelyk de eerſte van de onderſte tot zyne laatſte.

Maar dewyl nu deze concluſie of beſluyt op twederley manier uyt zulke zes (of meer andere) quantiteyten kan getrocken worden; zo komt ons twederley Reden uyt gelykheyt voor; namelyk een ordentelyke of geſchikte,

te, en eene verwerde, onordentelyke of ongeschikte.

Ordinata. 18. *Ordentelyke of geschikte Proportie is, als (zes grootheden gestelt zynde) de eerste van de bovenste, zig heeft tot zyne twede, als de eerste van de onderste tot zyne twede; daar na wederom de twede van de bovenste zig heeft tot zyne laatste, gelyk de twede van de onderste tot zyne laatste; en besloten word, dat de eerste van de bovenste zig heeft tot zyne laatste, als de eerste van de onderste tot zyne laatste.*

Laat gestelt zyn drie quantiteyten 12. 6. 4.
En van gelyken nog drie andere 6. 3. 2.
Van welke 12 —— 6 ═══ 6 1 3.
Als ook 6 —— 4 ═══ 3 1 2.
So zal volgens de ordentelyke Proportie zyn.

12 —— 4 ═══ 6 1 2.

Gelyk sulks gedemonstreert word in de twe en twintigste Propositie.

Deze Proportie word ordentelyke of geschikte genoemt, om dat zy en in de bovenste en in de onderste dezelve ordre houd.

Perturbata. 19. *Verwerde (onordentelyke of ongeschikte) Proportie is, als (gestelt zynde drie grootheden, en nog drie andere) de eerste van de bovenste zig heeft tot zyne twede, gelyk de twede van de onderste tot zyne laatste; En daar na, de twede van de bovenste zig heeft*

heeft tot zyne laatste, gelyk de eerste van de onderste tot zyne twede: En besloten word, dat de eerste van de bovenste zig heeft tot zyne laetste, als de eerste van de onderste tot zyne laetste.

Laat gesteld zyn drie quantiteyten 12. 6. 2.
En van gelyken nog drie andere 24. 8. 4.

In welk 12 —— 6 ═══ 8 | 4.
Als ook 6 —— 2 ═══ 24 | 8.

So zal volgens deze verwerde Proportie zyn,

12 —— 2 ═══ 24 | 4

Gelyk zulks gedemonstreert word in de drie en twintigste Propositie.

Deze Proportie word een verwerde genoemt, om dat zy in de bovenste en de onderste grootheden een en de zelfde ordre niet houd, maar die als door malkanderen verwert.

LEMMA I.

Multiplicatie of vermenigvuldiginge is niet anders als een menigvuldige Additie of samentellinge.

Gelyk ook de Divisie of Deylinge niet anders is, als een menigvuldige en verkorte Subtractie of Aftrekkinge.

DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

Laat voorgestelt zyn dat 't getal 6 gemultipliceert word door 't getal 4, so word in der daat niet anders geeyst, als dat 6 so menigmaal genomen, of by sig selfs geaddeert word, als 1 of de eenheyt in de 4 begrepen word, dat hier viermaal moet geschieden: door welke Additie wy de somme van 24 sullen krygen; gelyk wy door de Multiplicatie van 6 door 4, het selfde getal 24 tot een product sulleu krygen.

Waer uyt blykt dat het evenveel is of wy 6 viermael by sig selven adderen, of dat wy 6 door 4 multipliceren; om dat aan beyde kanten een en het selfde uytkomt:

Dog staat evenwel dit aan te merken, dat de Multiplicatie veel korter is als de Additie: gelyk sulk in groote getallen klaar blykt.

II. DEEL.

Indien men nu in tegendeel het getal 24 deylen moet door het getal 4, zo is het even zo veel als of men moeste onderfoeken, hoe menigmaal 4 in 24 begrepen word; het welk juyst zo dikwils zal zyn als 4 van 24 kan afgetrocken worden; het welke in de Divisie alleen met eene subtractie geschiet, mits dat den Deyler eerst door de quotient of het maal gemultipliceert is om dat altyt de subtractie

zo dikwils gedaan kan worden, als het mael of de uytkomst van de Divisie 't getal 1 of de eenheyt bevat.

Waar uyt blykt dat het niet verscheelt of 24 door 4 gedeylt word, of dat 4 van 24 word afgetrocken so dikwils als geschieden kan, om dat men aan beyde de kanten de selfde uytkomst, namelyk 6 sal krygen.

Dog staet verder inde multiplicatie aan te merken, dat het niet altyt van noden is, dat de Multiplicatie in der daet en werkelyk volbragt worde, en also, om het product met maar een getal uyt te drucken; de multiplicerende getallen onder malkanderen vermengt worden; dewijl men deselve Multiplicatie ligtelyk ook op eene andere manier uytdrucken kan, namelyk met het teken. x. tusschen de beyde multiplicerende getallen te stellen.

By voorbeelt: Sy 8 te Multipliceeren door 4: so sal de gedane Multiplicatie ons geven het product 32. Het welk wy ook op dese manier konnen uytdrucken 8, x. 4. en in het uytspreken even so veel beduyt als 8 gemultiplicoeert door 4.

Uyt welke manier van stellinge wy nog dit voordeel trecken, dat wy voor onse oogen sien, door welke werkinge, en door welke getallen sulk een product is voortgekomen; het welke in het eerste product 32, so klaarblykelyk niet te sien is, dewyl het selve ook door Subtractie en Divisie heeft konnen voortkomen: en selver door de Multiplicatie op verscheyde manieren; namelyk door

1 en 32, 2 en 16. 4 en 8.

Welke twe laatste sig datelyk in die andere manier van uytdrucken openbaren.

Indien dit product 8. x. 4 nu wederom door 4 moet gedeylt worden, so schryft men maar alleen 't getal 8, het ander getal 4 geheel weg laterde: en sal dan 8 de gesogte quotient of maal zyn: gelyk men ook alleen 't getal 4 voor de quotient krygt, als het selve product 8. x. 4 door 8 gedeelt moet worden; welk alles uyt de Arithmetica of Tel konst genoegsaam bekent is.

Van gelyken staat ook te betragten, dat de Divisio niet altyt nootsakelyk in der daat behoeft gedaan te worden; dewyl de begeerde quotient seer gemackelyk en verstaanlyk op een andere manier kan uytgedrukt worden in een gebroken, 't welk geschiet, als men den deeler stelt onder 't getal dat gedeelt moet worden, en tusschen beyde een linitjen trekt.

By voorbeelt: Laat voorgestelt zyn het getal 32 door 8 te deylen; welke deylinge waarlyk volbragt zynde ons sal geven de quotient 4. om dat 8 in de 32 waarlyk viermaal begrepen word: Maar dese quotient 4 kan ook door dese stelling van een gebroken $\frac{32}{8}$ uytgedrukt worden, die uytgesproken word 32 agtste parten, of 32 gedeylt door 8.

LEMMA II.

So twe gelyke getallen door een selfde getal ge-

gemultipliceert worden; Sullen de Producten aan malkanderen gelyk zyn.

En so deselve door een selfde getal gedivideert worden; Sullen de quotienten aan malkanderen gelyk zyn.

DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

Door 't I. Lemma is de Multiplicatie een veelvoudige Additie; waar uyt dan volgt dat het eene gegeve getal (dat gemultipliceert moet worden) so dikwils by sig selve geaddeert word, als het andere (dat aan het eerste gelyk gestelt word) by sig selfs word geaddeert: om dat namelyk het multipliceerende getal, aan beyde kanten het selfde genomen word; 't welk dan waarlyk ook niet anders is, als dat gelyke dingen by gelyke by gedaan worden; So dat dan nootsaakelyk volgen moet, dat de Sommen (die 't selve zijn met de Producten van de Multiplicatie) ook [a] aan malkanderen gelyk zyn. [a] Ax. 2.

II. DEEL.

Dewyl door 't selfde I. Lemma de Divisie is een menigvuldige en verkorte Subtractie, so volgt dat van het eene deelbare getal den deler so dikwils kan afgetrocken worden, als van het andere deelbare getal deselve deeler afgetrocken kan worden: om dat, na-

namelyk, beyde de deelbare getallen gelyk gestelt worden. So dat in sodanige Divisie aan beyde kanten even 't selfde geschiet, als of gelyke dingen van gelyke dingen afgetrocken worden: van welke Subtractie de
b. Ax. 3. Resten nootsakelyk [b] moeten aan malkanderen gelyk zyn.

LEMMA III.

So twee ongelyke getallen door een en 't selfde getal gemultipliceert worden; Sullen de Producten ongelyk zyn.

En zo zy door een en 't zelfde getal gedivideert worden; Sullen de quotienten of maalen ongelyk zyn.

DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

Dewyl door 't I. Lemma de Multiplicatie is een verkorte Additie; So twe ongelyke getallen door een zelfde getal gemultipliceert worden, is even zo veel, als of het grootste zo menigmaal by zig zelfs geaddeert word als het kleynste by zig zelfs: Maar volgens het IV. Axioma, als by ongelyke gelyke dingen by gedaan worden, zyn de Sommen aan malkanderen ongelyk; Ergo volgt nog veel sterker, zo by het grootste getal een

gro-

groter zo dikwils by gedaan word, als by het kleynste een kleynder, dat de eerste Som, (die hier even zo veel is, als het product van de Multiplicatie) nootzaekelyk veel grooter moet zyn als de twede.

II. DEEL.

Dewyl de Divisio is een verkorte Subtractie, zo twe ongelyke getallen door een selfde gedeylt worden, is niet anders, als dat het zelfde getal aan de eene kant van een grooter afgetrooken word, en aan de andere kant van een kleynder.

Maer het is genoegzaam klaer, dat een selfde getal van een grooter meermalen kan afgetrocken worden, als van een kleynder: dewyl het meermalen in een grooter als in een kleynder begrepen word: En alzo deze meerder malen van Subtractie, ook een grooter quotient in de Divisie geven; zo moet nootzakelyk volgen, dat, als een grooter en een kleynder getal door een zelfde gedeelt worden, dat de eerste quotient grooter moet zyn als de twede.

LEMMA IV.

So een zelfde getal, of twe gelyke door ongelyke getallen gemultipliceert worden: Sullen ook de Producten ongelyk zyn: En zal wel het product van de grootste Multiplicee rder grooter zyn, als het product van de kleynste Multipliceerder.

Gelyk ook zo zy door ongelyke getallen gedivideert worden; Sullen de quotienten ongelyk zyn; En zal wel de quotient van de grootste deeler kleynder zyn als de quotient van de kleynste deeler.

DEMONSTRATIE.

Deze is uyt het voorgaande genoegsaam klaar, zo dat geen lange Demonstratie van noden heeft.

Na deze vier Lemmata volgen ses Theoremata ofte Vertogen, dewelke wy als een generaal fundament tot de Demonstratie van byna alle de Propositien van het V. Boek voor aflaten gaan; en zeer ligtelyk van alle konnen begrepen worden, die maar eenige kennisse hebben van de Arithmetische werkinge ontrent de gebroken getallen.

THEOREMA I.

Als vier quantiteyten proportionaal zyn. So zal het product van de Multiplicatie der twe uyterste gelyk zyn aan het product van de Multiplicatie der twe middelste.

DE-

DEMONSTRATIE.

Laet gestelt zyn vier Proportionalen.

8 ——— 4 ═══ 6 | 3.

De Reden van 8 tot 4 is het zelfde met de gebroke $\frac{8}{4}$: Als ook de Reden van 6 tot 3 het zelfde met $\frac{6}{3}$: Dewyl nu de Redens worden de zelfde, of gelyk gestelt, zo volgt ook dat deze twe gebrokens aan malkanderen gelyk zyn.

Namelyk $\frac{8}{4}$ gelyk $\frac{6}{3}$.

Aan beyde kanten gemultipliceert door 4.

So komt [a] 8 gelyk $\frac{4 . x . 6}{3}$. a Lem. I.

Aan beyde kanten gemultipliceert door 3.

So komt 8 . x . 3 gelyk 4 . x . 6.

Dat is 8 door 3 gemultipliceert maakt even zo veel als 4 gemultipliceert door 6; So dat dan het product van de twe uyterste is gelyk het product van de twe middelste.

$$A : B :: C : D.$$

Dat is

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

——————— B

$$A = \frac{B \times C}{D}$$

——————— D

$$A \times D = B \times C.$$

THEOREMA II.

Als twe Producten aan malkanderen gelyk zyn; So zal den eenen Multipliceerder van 't eerste product, tot den eenen Multipliceerder van het twede product dezelve Reden hebben als wederkerig de andere Multipliceerder van 't zelve twede product heeft tot de andere Multipliceerder van het eerste product.

DEMONSTRATIE.

Laat deze Producten aan malkanderen gelyk zyn

8 . x . 3 gelyk 4 . x . 6.

Aan beyde kanten gedivideert door 3.

---

a Lem. II. Komt [a] 8 gelyk $\frac{4 \cdot x \cdot 6}{3}$.

Aan beyde kanten gedivideert door 4.

Komt

Komt $\frac{8}{4}$ gelyk $\frac{6}{3}$.

Of dese gebrokens tot de Proportie gebragt zynde

$$8 - 4 = 6 \mid 3.$$

$$A \times D = B \times C$$

$$B \overline{\qquad\qquad\qquad}$$

$$\frac{A \times D}{B} = C$$

$$D \overline{\qquad\qquad\qquad}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

Of $A : B :: C : D$.

COROLLARIUM.

Op deselfde manier kan zeer ligt gedemonstreert worden, dat is

$$8 - 6 = 4 \mid 3.$$

Of $3 - 4 = 6 \mid 8.$

Of $3 - 6 = 4 \mid 8.$

Welke Proportien te gelyk de verwisselende en de omgekeerde Reden in zig begrypen.

$$A : B :: C : D$$

Zoo is:

$$D : C :: B : A$$

en

$$D : B :: C : A.$$

C O

COROLLARIUM II.

Hier uyt blykt klaar, zo vier grootheden na believen in hare ordre gestelt zynde, het product van de twe uyterste gelyk is aan het product van de twe middelste, dat men vastelyk en sonder de minste twyfelinge besluyten mag, dat sulke vier quantiteyten Proportionaal of Evenredig zyn.

SCHOLIUM.

So een getal na believen genomen, als by voorbeelt 24, gebragt word tot twe getallen, door welker multiplicatie het zelve kan voortgebragt worden ('t welk hier viermaal kan geschieden, of door 1 en 24; of door 2 en 12; of door 3 en 8; of door 4 en 6:) Men kan ligtelyk demonstreren, dat is

1 —— 2	———	12 |	24.
2 —— 3	———	8 |	12.
3 —— 4	———	6 |	8.
1 —— 3	———	8 |	24.
1 —— 4	———	6 |	24.
2 —— 4	———	6 |	12.

En zo van yder ander voorgestelt getal.

Gege-

Gegeeven	Zoo is
$A \times B = N$	1. $A \times B = C \times D$.
$C \times D = N$	2. $A \times B = E \times F$.
$E \times F = N$	3. $A \times B = G \times H$.
$G \times H = N$	4. $C \times D = E \times F$.
	5. $C \times D = G \times H$.
	6. $E \times F = G \times H$.

Ergo 1. $A : C :: D : B$.
2. $A : E :: F : B$.
3. $A : G :: H : B$.
4. $C : E :: F : D$.
5. $C : G :: H : D$.
6. $E : G :: H : F$.

THEOREMA III.

Als van vier quantiteyten de eerste tot de twede groter Reden heeft als de derde tot de vierde: So zal het product van de Multiplicatie der twe uyterste grooter zyn als het product van de Multiplicatie der twe middelste.

DEMONSTRATIE.

Laat van deze vier getallen zyn
8 —— 3 grooter 4 | 2.
So zal door het voorgeseyde zyn
$\frac{8}{3}$ grooter als $\frac{4}{2}$

Aan

Aan beyde kanten gemultipliceert door 3

a Lem. III. Komt a 8 grooter als $\frac{3 . x . 4}{2}$.

Aan beyde kanten gemultipliceert door 2.

Komt 8 . x . 2 grooter 3 . x . 4.

Dat is het product van de twe buytenste 8 en 2 is grooter als het product van twe middelste 3 en 4.

$$\frac{A}{B} \text{ grooter } \frac{C}{D}$$

B

$$A \text{ grooter } \frac{B \times C}{D}$$

D

A x D grooter B x C.

THEOREMA IV.

Als twe Producten aan malkanderen ongelyk zyn; So sal de eene Multipliceerder van 't grootste product tot de eene Multipliceerder van 't kleynste product grooter Reden hebben als wederkerig de andere Multipliceerder van het selve kleynste product tot de andere Multipliceerder van het grootste product.

DE.

DEMONSTRATIE.

Laat van dese twe Producten zyn
$8 . x . 2$ grooter als $3 . x . 4$.
Aan beyde kanten gedivideert door 2.

Komt 8 grooter als $\frac{3 . x . 4}{2.}$ a Lem. III.

Aan beyde kanten gedivideert door 3.

Komt $\frac{8}{3}$ grooter $\frac{4}{2}$.

Of dese gebrokens in manier van een Proportie stellende
8 —— 3 grooter als 4 | 2.

A x D grooter dan B x C

B ——————

$\frac{A \times D}{B}$ grooter C.

D ——————

$\frac{A}{B}$ grooter $\frac{C}{D}$.

COROLLARIUM I.

Op deselve manier soude men ligtelyk konnen demonstreren: dat ook is

8 —— 4	} grooter als {	3	1	2.
2 —— 3		4	1	8.
2 —— 4		3	1	8.

A : C grooter B : D.
D : B grooter C : A.
D : C grooter B : A.

COROLLARIUM II.

Hier uyt volgt, als vier quantiteyten naar believen in ordre gesteld zynde; het product van de twee uyterste grooter is als het product van de twee middelste, dat men vastelyk besluyten mag, dat de eerste tot de tweede groter Reden heeft, als de derde tot de vierde.

SCHOLIUM.

Als twee ongelyke getallen, by exempel 24 en 16 na believen genomen zynde, tot hare Multipliceerders gebragt worden,

Namelyk 24.		En 16.	
Tot		Tot	
1.	24.	1.	16.
2.	12.	2.	8.
3.	8.	4.	4.
4.	6.		

1 —— 1	} groter als {	16	1	24
1 —— 2		8	1	24
1 —— 4		4	1	24.

Gelyk

Gelyk ook

2 — 1		16	1	12
2 — 2	grooter als	8	1	12
2 — 4		4	1	12.

En dan nog

3 — 1		16	1	8
3 — 2	grooter als	8	1	8
3 — 4		4	1	8

Eyndelyk

4 — 1		16	1	6
4 — 2	grooter als	8	1	6
4 — 4		4	1	6

Behalven welke Proportien van grooterheyt nog 36 andere uyt dese getallen konnen getrocken worden.

A x B gelyk C x D gelyk E x F gelyk G x H
of I x K gelyk L x M gelyk N x O,
En A x B grooter dan I x K zynde:

Zoo is:

A : I grooter K : B.
A : L grooter M : B.
A : N grooter O : B.

C : I grooter K : D.
C : L grooter M : D.
C : N grooter O : D.
G : I grooter K : H.
G : L grooter M : H.
G : N grooter O : H.

THEOREMA V.

Als van vier quantiteyten de eerste tot de twede kleynder Reden heeft, als de derde tot de vierde: So zal het product van de Multiplicatie der twe uyterste kleynder zyn als het product van de Multiplicatie der twe middelste.

DEMONSTRATIE.

Laat van dese vier getallen zyn

4 —— 2 kleynder als 8 | 3.

So sal door 't voren geseyde zyn

$\frac{4}{2}$ kleynder als $\frac{8}{3}$

Aan beyde kanten gemultipliceert door 2.

Komt 4 kleynder als $\frac{2 . x . 8.}{3}$

Aen beyde kanten gemultipliceert door 3.

Komt

Komt 4.x.3 kleynder als 2.x.8.

Dat is het produĉt der twe uyterste 4 en 3 is kleynder als het produĉt der twe middelste 2 en 8.

A : B kleinder C : D

$\frac{A}{B}$ kleynder $\frac{C}{D}$

——————— B

A kleynder $\frac{B \times C}{D}$

——————— D

A x D kleinder B x C.

THEOREMA VI.

Als twe Produĉten aan malkanderen ongelyk zyn; So zal de eene Multipliceerder van het kleynste produĉt tot de eene Multipliceerder van 't grootste produĉt kleynder Reden hebben; als wederkerig de andere Multipliceerder van 't zelfde grootste produĉt tot de andere Multipliceerder van 't kleynste produĉt.

DEMONSTRATIE.

Laat van dese twe Produĉten zyn

4.x.3. kleynder als 8.x.2.

Aan beyde kanten gedeylt door 3.

Komt 4 kleynder als $\frac{8 . x . 2.}{3.}$

Aan beyde kanten gedeylt door 2.

Komt $\frac{4}{2}$ kleynder als $\frac{8}{3}$

Of deze gebrokens in de manier van Proportie gestelt zynde

4 —— 2 kleynder als 8 1 3.

A x D kleinder dan B x C

D —— —— —— ——

A kleynder $\frac{B x C}{D}$

B —— —— ——

$\frac{A}{B}$ kleynder $\frac{C}{D}$.

COROLLARIUM I.

Op de zelfde manier zoude men ook wederom zeer ligt komen demonstreren, dat is

4 —— 8	}	kleynder als	{	2 1 3
3 —— 8				3 1 4
3 —— 2				8 1 4.

A : B kleynder C : D

D : B kleynder C : A

D : C kleynder B : A

C O-

COROLLARIUM II.

Hier uyt volgt, als vier quantiteyten naar believen in ordre gestelt zynde; Het product van de twee uyterste kleynder als het product van de twe middelste, dat men vastelyk besluyten mag dat de eerste tot de twede kleynder Reden heeft, als de derde tot de vierde.

SCHOLIUM.

Als twe ongelyke getallen, by exempel 16 en 24. na believen genomen zynde, tot hare Multipliceerders gebragt worden.

Namelyk 16.		En 24.	
Tot		Tot	
1.	16.	1.	24.
2.	8.	2.	12.
4.	4.	3.	8.
		4.	6.

So zal uyt dit Theorema volgen, dat is

1 —— 1	kleynder als	24	1 16
1 —— 2		12	1 16
1 —— 3		8	1 16
1 —— 4		6	1 16.

Gelyk ook

2 — 1		24	1	8
2 — 2	kleynder als	12	1	8
2 — 3		8	1	8
2 — 4		6	1	8.

En eyndelyk

4 — 1		24	1	4
4 — 2	kleynder als	12	1	4
4 — 3		8	1	4
4 — 4		6	1	4

A x B gelyk C x D, gelyk E x F, als, G x H gelyk I x K gelyk L x M, gelyk N x O, zynde.

Zoo is:

A : G kleynder H : B.
A : I kleynder K : B.
A : L kleynder M : B.
A : N kleynder O : B.

C : G kleynder H : D.
C : I kleynder K : D.
C : L kleynder M : D.
C : N kleynder O : D.

E : G kleynder H : F.
E : I kleynder K : F.

E : K kleynder M : F.
E : N kleynder O : F.

Behalven welke proportien van kleynderheyt nog 36 andere uyt dese getallen konnen getrocken worden.

Volgen nu de Propositien selfs van het vyfde Boek.

PROPOSITIE I.

Indiender zyn eenige grootheden Proportionael A. B: C. D: E. F: *gelyk zig eene van de voorgaande heeft tot zyne volgende: So sullen zig alle de voorgaande te samen* G *hebben tot alle de volgende* H *te samen.*

DEMONSTRATIE.

Laet in dezelve Reden of Proportionaal zyn

A	3	—	1	B
C	6	—	2	D
E	9	—	3	F.
G	18	—	6	H.

Nu moet gedemonstreert worden dat de Somme G is tot Somme H, als yder voorgaende tot zyne volgende.

Dat is	18 — 6	=	3	1	1.
Als ook	18 — 6	=	6	1	2.
Eyndelyk	18 — 6	=	9	1	3.

Om dat in yder Proportie het Product van de uyterste door Multiplicatie bevonden word te zyn, gelyk aan 't product van de middelste. Waar uyt dan volgt, dat die termen Proportionaal zyn. a

a 2 Coroll. Theor. 2.

A x B : A
C x B : C
D x B : D.

A x B : A : : A x B + C x B + D x B : A + C + D.

DEMONSTRATIE.

Stel A + C + D = P.
Zoo is A x B + C x B + D x B = P x B.

Of $\frac{A \times B}{A} = \frac{P \times B}{P} = B.$

Ergo A x B : A : : A x B + C x B + D x B : A + C + D.

PROPOSITIE II. en XXIV.

So de eerste A *tot de twede* B *deselfde Reden heeft, als de derde* C *tot de vierde* D; *En dan nog de vyfde* E *tot de twede* B *deselfde Reden heeft als de sesde* F, *tot de vierde* D: *So zal ook* G *de somme van de eerste* en

en de vyfde tot de twede B, *deselfde Reden hebben, als* H *de summe van de derde en de sesde tot de vierde* D.

DEMONSTRATIE.

	A		B		C		D
Sy	4	—	2	=	6	I	3
E	10			F	15		Add.
G	14	—	2	= H	21	I	3

Om dat de Producten gelyk zyn, zullen ook de termen Proportionaal zyn. a

a Theor. 2.

Op een andere manier.

$\frac{4}{2}$ gelyk aan $\frac{6}{3}$
$\frac{10}{2}$ gelyk aan $\frac{15}{3}$ } Add.

b $\frac{14}{2}$ gelyk aan $\frac{21}{3}$

b Ax. I.

Of in Proportie.

14 — 2 = 21 I 3

AxB : A : : CxB : C.
AxD : A : : CxD : C. } gegeeven.

Zoo

Zoo is

$$A \times B + A \times D : A :: C \times B + C \times D : C.$$

DEMONSTRATIE.

Stel $B + D = P$. Zoo is
$A \times B + A \times D = P \times A$. en
$C \times B + C \times D = P \times C$.
a 6. Def. Nu is $P \times A : A :: P \times C : C$.[a]
Ergo $A \times B + A \times D : A :: C \times B + C \times D : C$.

PROPOSITIE III.

So vier quantiteyten A. B. C. D. *Proportionaal zyn; en de eerste* A *en de derde* C *door een selfde getal* G *na believen gemultipliceert worden: So zal het eerste product* E *tot de twede zig hebben in de zelfde Reden, als het twede product* F *tot de vierde* D.

DEMONSTRATIE.

A	B	C		D	} Multip.
4 ——	2 =	6	|	3.	
G 2		G 2			
E 8 ——	2 =	12	|	3.	

a Theor. 3. Om dat [a] namelyk de Producten gelyk zyn.

Op

Op een andere manier.

$\frac{4}{2}$ gelyk aan $\frac{6}{3}$.

Aan beyde kanten door 2 gemultipliceert.

Komt $\frac{8}{2}$ gelyk $\frac{12}{3}$

Of in Proportie.

8 —— 2 == 12 | 3.

A : B : : C : D
P P
———————— gemultipl.
P x A : B : : P x C : D.

DEMONSTRATIE.

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ gegeeven.
———————— P

$\frac{P \times A}{B} = \frac{P \times C}{D}$.

Ergo: P x A : B : : P x C : D.[a] [a] 6. Def. 5.

PRO-

PROPOSITIE IV.

So vier quantiteyten A. B. C. D. *Proportionaal zyn; En de eerste* A *en de derde* C, *door een selfde getal* G *na believen gemultipliceert worden: Als ook de twede* B *en de vierde* D, *door een ander gemeyn getal* K *gemultipliceert worden: So zullen ook die vier Producten Proportionaal zyn.*

DEMONSTRATIE.

A	B	C	D	} Mult.
4	2	6	3	
G 2	K 8	G 2	8	
E 8	L 16	F 12	M 24.	

Om dat de Producten van de uyterste en van de middelste aan malkanderen gelyk zyn.

Op een ander manier.

$\frac{4}{2}$ gelyk aan $\frac{6}{3}$.

Aan beyde kanten gemultipliceert door 2.

Komt $\frac{8}{2}$ gelyk aan $\frac{12}{3}$.

Aan beyde kanten gedeylt door 8.

Komt

Komt $\frac{8}{16}$ gelyk aan $\frac{12}{24}$.

Of in Proportie.

8 — 16 = 12 — 24. Als te voren.

$A : B :: C : D$ gegeeven.
$P \quad Q \quad P \quad Q$
gemultipl.
Zoo is $P \times A : Q \times B :: P \times C : Q \times D$.

DEMONSTRATIE.

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ gegeeven.

met P gemultipl.

Komt $\frac{P \times A}{B} = \frac{P \times C}{D}$

gedivid. door Q.

Komt $\frac{P \times A}{Q \times B} = \frac{P \times C}{Q \times D}$

Ergo $P \times A : Q \times B :: P \times C : Q \times D$. a a 6. Def. 5.

PRO-

PROPOSITIE V. en XIX.

So het geheel A *tot het geheel* B *deselfde Reden heeft, als het afgetrocke deel* C, *tot het afgetrocke deel* D.

So sal ook het overige deel E *tot het overige deel* F *deselfde Reden hebben, als het geheel* A *tot het geheel* B.

DEMONSTRATIE.

A 8 4 B } Subtrah.
C 6 3 D }

So sal zyn E F — A B.
2 — 1 = 8 1 4.

Om dat de Producten aan malkanderen gelyk zyn door het 2 Theor.

A : B : : A — C : B — D geg.
A — C . B — D afgetrokken.

Rest C : D : : A : B.

DEMONSTRATIE.

A : B : : A — C : B — D gegeeven.
B A

a Theor. I. A x B — B x C = A x B — A x D. a

Om

Om dat nu B x C, en A x D, van eene zelfde A x B afgetrokken eeven veel over-laaten, zoo blykt dat B x C = A x D is, en daarom is C : D = A : B.[a] aTheor. II.

PROPOSITIE VI.

So de eerste A tot de twede B deselfde Reden heeft, als de derde C tot de vierde D; En dan nog de vyfde E tot de twede B de selfde Reden heeft als de sesde F tot de vierde D; So sal de vyfde E van de eerste A afgetrocken zynde, en de sesde F van de derde C.

Of het eerste overschot G gelyk zyn aan de twede B, en het twede overschot H gelyk aan de vierde D.

Of het eerste overschot G tot de twede B de selfde Reden hebben, als het twede overschot H heeft tot de vierde D.

DEMONSTRATIE.

I. GEVAL.

A	B	C	D		
12	— 2	= 18	1	3	} Subtr.
E 10		F 15			
G 2	— 2	= H 3	1	3.	

Dat is	18 —— 6	==	3	1	1.
Als ook	18 —— 6	==	6	1	2.
Eyndelyk	18 —— 6	==	9	1	3.

Om dat in yder Proportie het Product van de uyterste door Multiplicatie bevonden word te zyn, gelyk aan 't product van de middelste. Waar uyt dan volgt, dat die termen Proportionaal zyn. a

a 2 Coroll. Theor. 2.

$A \times B : A$
$C \times B : C$
$D \times B : D.$

$A \times B : A :: A \times B + C \times B + D \times B : A + C + D.$

DEMONSTRATIE.

Stel $A + C + D = P.$
Zoo is $A \times B + C \times B + D \times B = P \times B.$

Of $\frac{A \times B}{A} = \frac{P \times B}{P} = B.$

Ergo $A \times B : A :: A \times B + C \times B + D \times B : A + C + D.$

PROPOSITIE II. en XXIV.

So de eerste A *tot de twede* B *deselfde Reden heeft, als de derde* C *tot de vierde* D; *En dan nog de vyfde* E *tot de twede* B *deselfde Reden heeft als de sesde* F, *tot de vierde* D: *So zal ook* G *de somme van de eerste en*

en de vyfde tot de twede B, *deselfde Reden hebben, als* H *de summe van de derde en de sesde tot de vierde* D.

DEMONSTRATIE.

	A		B		C		D
Sy	4	—	2	=	6	I	3
E	10			F	15		Add.
G	14	—	2	= H	21	I	3

Om dat de Producten gelyk zyn, zullen ook de termen Proportionaal zyn. a

a Theor. 2.

Op een andere manier.

$\frac{4}{2}$ gelyk aan $\frac{6}{3}$ }
$\frac{10}{2}$ gelyk aan $\frac{15}{3}$ } Add.

b $\frac{14}{2}$ gelyk aan $\frac{21}{3}$

b Ax. I.

Of in Proportie.

14 — 2 = 21 I 3

A x B : A : : C x B : C. }
A x D : A : : C x D : C. } gegeeven.

Zoo

Zoo is

A x B + A x D : A : : C x B + C x D : C.

DEMONSTRATIE.

Stel B + D ═══ P. Zoo is
A x B + A x D ═══ P x A. en
C x B + C x D ═══ P x C.
a 6. Def. Nu is P x A : A : : P x C : C.a
Ergo A x B + A x D ; A : ; C x B + C x D : C.

PROPOSITIE III.

So vier quantiteyten A. B. C. D. *Proportionaal zyn ; en de eerste* A *en de derde* C *door een selfde getal* G *na believen gemultipliceert worden : So zal het eerste product* E *tot de twede zig hebben in de zelfde Reden, als het twede product* F *tot de vierde* D.

DEMONSTRATIE.

A ——— B ═══ C | D } Multip.
4 ——— 2 ═══ 6 | 3.
G 2 G 2

E 8 ——— 2 ═══ 12 | 3.

a Theor. 2. Om dat a namelyk de Producten gelyk zyn.

Op

Op een andere manier.

$\frac{4}{2}$ gelyk aan $\frac{6}{3}$.

Aan beyde kanten door 2 gemultipliceert.

Komt $\frac{8}{2}$ gelyk $\frac{12}{3}$

Of in Proportie.

8 —— 2 = 12 | 3.

A : B : : C : D
P   P
———————————— gemultipl.
P x A : B : : P x C : D.

DEMONSTRATIE.

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ gegeeven.

———————————— P

$\frac{P \times A}{B} = \frac{P \times C}{D}$.

Ergo: P x A : B : : P x C : D.[a] a 6.Def.5.

PRO-

PROPOSITIE IV.

So vier quantiteyten A. B. C. D. Proportionaal zyn; En de eerste A en de derde C, door een selfde getal G na believen gemultipliceert worden: Als ook de twede B en de vierde D, door een ander gemeyn getal K gemultipliceert worden: So zullen ook die vier Producten Proportionaal zyn.

DEMONSTRATIE.

A 4	— B 2	== C 6	| D 3	} Mult.
G 2	K 8	G 2	K 8	
E 8	— L 16	== F 12	| M 24.	

Om dat de Producten van de uyterste en van de middelste aan malkanderen gelyk zyn.

Op een ander manier.

$\frac{4}{2}$ gelyk aan $\frac{6}{3}$.

Aan beyde kanten gemultipliceert door 2.

Komt $\frac{8}{2}$ gelyk aan $\frac{12}{3}$.

Aan beyde kanten gedeylt door 8.

Komt

Komt $\frac{8}{16}$ gelyk aan $\frac{12}{24}$.

Of in Proportie.

8 — 16 = 12 — 24. Als te voren.

$\frac{A}{P} : \frac{B}{Q} :: \frac{C}{P} : \frac{D}{Q}$ gegeeven.

——— ——— ——— gemultipl.

Zoo is $P \times A : Q \times B :: P \times C : Q \times D$.

DEMONSTRATIE.

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ gegeeven.

——— ——— met P gemultipl.

Komt $\frac{P \times A}{B} = \frac{P \times C}{D}$

——— ——— gedivid. door Q.

Komt $\frac{P \times A}{Q \times B} = \frac{P \times C}{Q \times D}$

Ergo $P \times A : Q \times B :: P \times C : Q \times D$. a a 6. Def. 5.

PRO-

PROPOSITIE V. en XIX.

So het geheel A *tot het geheel* B *deselfde Reden heeft, als het afgetrocke deel* C, *tot het afgetrocke deel* D.

So sal ook het overige deel E *tot het overige deel* F *deselfde Reden hebben, als het geheel.* A *tot het geheel* B.

DEMONSTRATIE.

A 8 4 B }
C 6 3 D } Subtrah.

So sal zyn E F A B.
2 — 1 == 8 1 4.

Om dat de Producten aan malkanderen gelyk zyn door het 2 Theor.

A : B : : A — C : B — D geg.
A — C . B — D afgetrokken.

Rest C : D : : A : B.

DEMONSTRATIE.

A : B : : A — C : B — D gegeeven.
B A

2 Theor. I. A x B — B x C == A x B — A x D.

Om

Om dat nu B x C, en A x D, van eene zelfde A x B afgetrokken eeven veel overlaaten, zoo blykt dat B x C = A x D is, en daarom is C : D :: A : B. [a] a Theor. II.

PROPOSITIE VI.

So de eerste A tot de twede B deselfde Reden heeft, als de derde C tot de vierde D; En dan nog de vyfde E tot de twede B de selfde Reden heeft als de sesde F tot de vierde D; So sal de vyfde E van de eerste A afgetrocken zynde, en de sesde F van de derde C.

Of het eerste overschot G gelyk zyn aan de twede B, en het twede overschot H gelyk aan de vierde D.

Of het eerste overschot G tot de twede B de selfde Reden hebben, als het twede overschot H heeft tot de vierde D.

DEMONSTRATIE.

I. GEVAL.

A		B		C		D	
12	—	2	=	18	1	3	Subtr.
E 10				F 15			
G 2	—	2	=	H 3	1	3.	

II. GEVAL.

A 12 — B 2 = C 18 | D. 3. } Subtr.
E 4 F 6

G 8 — 2 = H 12 | 3. Theor. 2.

Op een ander manier.

I. GEVAL.

$\frac{12}{2}$ gelyk aan $\frac{18}{3}$ } Subtr.
$\frac{10}{2}$ gelyk aan $\frac{15}{3}$

$\frac{2}{2}$ gelyk aan $\frac{3}{3}$.

Of in Proportie,

2 — 2 = 3 | 3,

II. GEVAL.

$\frac{12}{2}$ gelyk aan $\frac{18}{3}$ } Subtr.
$\frac{4}{2}$ gelyk aan $\frac{6}{3}$

$\frac{8}{2}$ gelyk aan $\frac{12}{3}$.

Of in Proportie,

8 — 2 = 12 | 3.

A : B : : C : D } gegeeven.
E : B : : F : D }

Zoo is A — E : B : : C — F : D.

DEMONSTRATIE.

A : B : : C : D en E : B : : F : D geg.

A x D = B x C en E x D = B x F. a — a Theor. 1.
E x D = B x F

——————— afgetrokken.

Reft A x D — E x D = B x C — B x F b — b Ax. 2.

Ergo A — E : B : : C — F : D. c — c Theor. 2.

PROPOSITIE VII.

I. *Gelyke* A *en* A *hebben tot de ſelfde* C *een en de ſelfde Reden.*

II. *En de ſelfde* C *heeft tot de gelyke* A *en* A *een en de ſelfde Reden.*

DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

A		C		A		C
12	—	4	=	12	I	4.

II. DEEL.

C		A		C		A
4	—	12	=	4	I	12.

Om dat aan beyde kanten de Producten aan malkanderen gelyk zyn: door 't 2 Theor.

A = B gegeeven.

Zoo is 1. A : C : : B : C.
2. C : A : : C : B.

I. DEMONSTRATIE.

$$C \; \frac{A = B \text{ gegeeven.}}{\frac{A}{C} = \frac{B}{C}}$$ ergo A : C :: B : C. 6 Def. 5.

II. DEMONSTRATIE.

$$A = B, \; \frac{C = C.}{\frac{C}{A} = \frac{C}{B}.}$$ ergo C : A :: C : B.

PROPOSITIE VIII.

I. *Van de ongelyke quantiteyten* A *en* B, *sal de grootste* A *tot de selfde* C *grooter Reden hebben als de kleynste* B.

II. *En de selfde* C *sal tot de kleynste* B *grooter Reden hebben als tot de grootste* A.

DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

A :	C		A	B.
16 ——	5	groter	8	1 5.

II. DEEL.

C	B		C	A.
5 ——	8	groter	5	1 16.

 Om

Om dat aan beyde kanten de Producten van de uyterste grooter zyn als de Producten van de middelste: volgens 2 Corol. van 't 4 Theor.

A groter dan B, gegeeven.

Zoo is 1. A : C groter dan B : C.
2. C : B groter dan C : A.

I. DEMONSTRATIE.

A groter dan B gegeeven.

C ———

$\frac{A}{C}$ groter dan $\frac{B}{C}$.

II. DEMONSTRATIE.

C = C.

A gr. dan B ———

$\frac{C}{A}$ kleinder dan $\frac{C}{B}$

Of $\frac{C}{B}$ groter dan $\frac{C}{A}$.

Of C : B groter dan C : A.

PRO-

PROPOSITIE IX.

I. *So* A *en* B *tot de selfde* C *een en selfde Reden hebben, sullen* A *en* B *gelyk zyn.*

II. *En so die selfde* C *tot* A *en* B *deselfde Reden heeft, sullen* A *en* B *wederom gelyk zyn.*

De omgekeerde van de VII.

DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

A — C = B | C.
15 — 4 = 15 | 4.

15 . x . 4 gelyk aan 15 . x . 4. [a] — [a] Theor. 1.
Aan beyde kanten gedeylt door 4.

15 gelyk aan 15. [b] — [b] Lem. 2.

II. DEEL.

C — A = C | B.
4 — 15 = 4 | 15.

15 . x . 4 gelyk aan 15 . x . 4. [a]
Aen beyde kanten gedeylt door 4.

15 gelyk aan 15. [b]

1. A : C : : B : C gegeeven.

Zoo is A = B.

DEMONSTRATIE.

$\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$ gegeeven.

——— C

A = B.

2. C : A : : C : B gegeeven.

Zoo is A = B.

DEMONSTRATIE.

$\frac{C}{A} = \frac{C}{B}$ gegeeven.

——— A gemultipl.

$C = \frac{A \times C}{B}$

——— B gemultipl.

B x C = A x C

Door C gediv. ———

B = A of A = B.

PRO-

PROPOSITIE X.

I. *So* A *tot* C *grooter Reden heeft als* B *tot deselfde* C, *sal* A *grooter zyn als* B.

II. *En so* C *tot* B *grooter Reden heeft als tot* A, *sal* B *kleynder zyn als* A.

De omgekeerde van de VIII.

DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

A C B C.
16 —— 4 groter 8 | 4.

---

16 . x . 4 [a] groter als 8 . x . 4. a Theor. 14
Aan beyde kanten gedeelt door 4.

Komt [b] 16 groter als 8. b Lem. 2.

II. DEEL.

C B C A.
4 —— 8 groter 4 | 16.

---

16 . x . 4 [a] groter als 8 . x . 4.
Aan beyde kanten gedivideert door 4.

Komt [b] 16 groter als 8.

1. A:C groter dan B:C gegeeven.

Zoo is A groter dan B.

DEMONSTRATIE.

$\frac{A}{C}$ groter dan $\frac{B}{C}$ gegeeven.

——————— met C gem.

Komt A groter dan B.

2. C:B groter dan C.A gegeeven.

Zoo is A groter dan B.

DEMONSTRATIE.

$\frac{C}{B}$ groter dan $\frac{C}{A}$ gegeeven.

——————— met B gem.

Komt C groter dan $\frac{B \times C}{A.}$

——————— met A gem.

Komt A x C groter dan B x C.

Door C gediv. ———————

Komt A groter dan B.

PROPOSITIE XI.

De Redens, die met eene en deselve Reden gelyk of gelykformig zyn, die zyn ook aan malkanderen gelyk of gelyk-formig.

DEMONSTRATIE.

Sy 8 — 4 = 6 | 3.
En 10 — 5 = 6 | 3.

So is 8 — 4 = 10 | 5.

Om dat namelyk de Producten aan malkanderen gelyk zyn: door 't 2 Theor.

Of ook op dese manier.

$\frac{8}{4}$ gelyk $\frac{6}{3}$.

$\frac{10}{5}$ gelyk $\frac{6}{3}$.

Ergo [a] $\frac{8}{4}$ gelyk $\frac{10}{5}$. a Ax. 1.

Of in de Proportie.

8 — 4 = 10 | 5.

A

$A : B :: E : F$
$C : D :: E : F$ } gegeeven.

Zoo is $A : B :: C : D$.

DEMONSTRATIE.

$$\left.\begin{aligned}\frac{A}{B} &= \frac{E}{F}\\ \frac{C}{D} &= \frac{E}{F}\end{aligned}\right\}\text{ gegeeven.}$$

a Ax. 1. $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ [a]

b 6. Def. 5. Ergo $A : B :: C : D$ [b]

PROPOSITIE XII.

Dese is deselfde met de eerste.

PROPOSITIE XIII.

So de eerste Reden gelyk is aan de twede; maer dese twede grooter als de derde; So zal ook insgelyks de eerste Reden grooter zyn als de derde.

DEMONSTRATIE.

Sy 16 —— 8 ═══ 12 | 6.
Maar 12 —— 6 groter 4 | 3.

Ergo 16 —— 8 groter 4 | 3.

Om dat het product der uyterste groter is als het product der middelste: door 't 2 Corol. van 't 4 Theor.

Op een andere manier.

$\frac{16}{8}$ gelyk $\frac{12}{6}$

Maar $\frac{12}{6}$ groter $\frac{4}{3}$.

Ergo $\frac{16}{8}$ ook groter $\frac{4}{3}$.

Of in Proportie.

16 —— 8 groter 4 | 3.

A

A : B : : E : F
C : D grooter dan E : F } geg.

Zoo is A : B grooter dan C : D.

DEMONSTRATIE.

$\frac{A}{B} = \frac{E}{F}$ gegeeven.

$\frac{C}{D}$ groter dan $\frac{E}{F}$ gegeeven.

---

a Ax. 1. Ergo $\frac{A}{B}$ groter dan $\frac{C}{D}$.a

b Def. 8. Of A : B groter C : D.b

PROPOSITIE XIV.

So van vier Proportionalen A. B. C. D. *de eerste* A *groter is als de derde* C, *sal ook de twede* B *grooter zyn als de vierde* D. *So* A *gelyk aan* C, *is* B *gelyk* D. *So* A *kleynder als* C, *is* B *kleynder als* D.

DEMONSTRATIE.

I. GEVAL.

A B G D
12 —— 8 ══ 6 | 4.

12 . x . 4 gelyk 8 . x . 6. } Deelt.
12 groter als 6. }

4[a] kleynder als 8. a Lem. 4.

II. GEVAL.

A	B	C	D
12 —	4 =	12 ǀ	4.

12 . x . 4 gelyk aan 12 . x . 4. } Deelt.
12 gelyk aan 12 }

4[b] gelyk aan 4. b Lem. 2.

III. GEVAL.

A	B	C	D.
4 —	6 =	8 ǀ	12.

4 . x . 12 gelyk aan 6 . x . 8. } Deelt.
4 kleynder als 8. }

a 12 groter als 6.

A : B : : C : D gegeeven.
En 1. A groter dan C.
Zoo is B groter dan D.

DEMONSTRATIE.

A : B : : C : D. gegeeven.

---

a Theor. 1. A x D = B x C.[a]

Om dat nu A grooter dan C is, zal A x D gedeelt door D kleinder uitkomst geeven, dan B x C door C. Maar A x D gedeelt door A is D. en B x C door C is B. ergo is D kleinder dan B, of B groter dan D.

2. A = C gegeeven.

Zoo is. B = D.

DEMONSTRATIE.

a Theor. 1. A x D = B x C.[a]

Om dat nu A = C is, zoo zal A x D door A gedeelt, zoo veel zyn als B x C door C. maar A x D door A geeft D, en B x C door C geeft B. Ergo is D = A of A = D.

3. A kleinder dan C gegeeven.

Zoo is B kleinder dan D.

DE-

DEMONSTRATIE.

$A \times D = B \times C$ gegeeven.

Om dat nu A kleinder dan C is, zoo zal als men $A \times D$ door A deelt, grooter uitkomst verkrygen, dan of men $B \times C$ door C deelde. nu $A \times D$ door A gedeelt is D, en $B \times C$ door C gedeelt, geeft B, dat is D is grooter dan B: of B kleinder dan D.

PROPOSITIE XV.

So twee quantiteyten A en B even dikwils genomen; of door een selfde getal gemultipliceert worden: So sullen de Sommen of de Producten de selfde Reden tot malkanderen hebben; als de voorgestelde quantiteyten A en B.

DEMONSTRATIE.

A	B	
4	12.	Multipl.
2	2.	

So zal zyn 8 — 24 = 4 I 12.

Om dat de Producten gelyk zyn door 't 2 Theor.

$$A : B$$

$$\overline{}\, M$$

$$M \times A : M \times B :: A : B.$$

DEMONSTRATIE.

Het gemultipliceerde der uiterſten, is gelyk aan dat der Middelſten:

a Theor. 2. Ergo is M x A : M x B : : A : B. a

SCHOLIUM.

So twe quantiteyten A en B door 't ſelfde getal gedeylt worden, ſo ſullen de quotienten met de geſtelde quantiteyten A en B Proportionaal zyn.

A	B.	
4	12.	Deelt.
2	2.	

2 —— 6 ═══ 4 | 12.

Om dat hier wederom de Producten gelyk zyn: door 't 2 Theor.

PROPOSITIE XVI.

So vier quantiteyten A. B. C. D. Proportionaal zyn; So zullen die ook verwiſſelende Proportionaal zyn.

DEMONSTRATIE.

A B C D.

16 —— 8 ═══ 4 | 2.

So

Sb zal ook verwiſſelende zyn.

16 — 4 ═ 8 | 2.

Wegens de gelykheyt der Producten.

Of ook op deſe manier.

16 — 8 ═ 4 | 2.

16 . x . 2 gelyk aan 8 . x . 4. Theor. I.

Ergo 16 — 4 ═ 8 | 2. Theor. II.

A : B : : C : D gegeeven.

Ergo A : C : : B : D. a

a Theor. 2.

SCHOLIUM.

Seer gemackelyk kan hier de omgekeerde Reden gedemonſtreert worden.

A B C D
16 — 8 ═ 4 | 2.

So is door 't Theor. I.

16 . x . 2 gelyk aan 8 . x . 4.

Ergo door 't Theor. II.

2 — 4 ═ 8 | 16.

PROPOSITIE XVII.

So de samengesette quantiteyten Proportionaal zyn, die sullen ook gedeelt zynde Proportionaal zyn.

DEMONSTRATIE.

A B C D.
16 — 12 = 8 | 6.

Sal deylende komen.

16 min. 12. 8 min. 8. | 6.
Of 4 — 12 = Of 2.

Om dat door Multiplicatie bevonden word, dat de Producten gelyk zyn door Theor. II.

Of op dese manier door de voorgaande VI.

16 — 12 = 8 | 6 } Subtr.
12 6.

4 — 12 = 2 | 6.
A + B : B :: C + D : D.
B D

afgetrokk.

Rest A : B :: C : D.

DEMONSTRATIE.

$$\frac{A + B : B :: C + D : D.}{D \qquad\qquad\qquad B}$$ gegeev.

$$A \times D + B \times D = B \times C + B \times D$$ a

$$B \times D = \qquad B \times D$$

afgetr.

$$A \times D = B \times C.$$ b

Ergo $A : B :: C : D.$ c

a The o. 1
b Ax. 2.
c Theor. 2

SCHOLIUM.

Alsoo de verwende Reden hier gemackelyk kan gedemonstreert worden. Laat zyn

16 — 12 = 8 1 6,

Sal zyn door de verwende Reden.

$$16 - \frac{16 \text{ min. } 12}{\text{Of } 4} = 8 \,\Big|\, \frac{8 \text{ min. } 6}{\text{Of } 2.}$$

Om dat namelyk de Producten der uyterste en de middelste aan malkanderen gelyk zyn; volgens het 2 Theor.

PROPOSITIE XVIII.

So de gedeylde quantiteyten Proportionael zyn, die sullen ook samen geset zynde, Proportionaal zyn.

DEMONSTRATIE.

A — B = C · D.
4 — 12 = 2 · 6.

Sal samensettende komen.

4 met 12 / Of 16. — 12 = 2 met 6. / Of 8. · 6

Door 't II. Theor. Om dat de Producten gelyk zyn:
Of op dese manier door de voorgaande II.

4 — 12 = 2 · 6. } Add.
12 — — 6

16 — 12 = 8 · 6.

A — B : B : : C — D : D gegeeven.
B — D geaddeert.

Komt A : B : : C : D.

DE-

DEMONSTRATIE.

A —— B : B : : C —— D : D gegeeven.
D B gemultipl.

A x D —— B x D ═══ B x C —— B x D.
B x D ═══ B x D geadd.

Komt A x D ═══ B x C. [a]
Of A : B : : C : D. [b]

a Ax. 2.
b Theor. 2.

PROPOSITIE XIX.

Besi‧t de voorgaande V, *die met dese een en de selfde is.*

PROPOSITIE XX.

Dese zal gedemonstreert worden na de XXII.

PROPOSITIE XXI.

En dese na de XXIII.

PROPOSITIE XXII.

So daar zyn eenige quantiteyten A. B. C. *en even so veel andere* D. E. F. *en volgens een geschikte ordre* A *tot* B. *als* D *tot* E: *als ook* B *tot* C. *als* E *tot* F.

So sullen sy ook in een geschikte gelykheyt tot malkanderen de selfde Reden hebben, dat is A *tot* C *als* D *tot* E.

DEMONSTRATIE.

Laet gestelt zyn de quantiteyten.

A	B	C
16	8	4.
D	E	F.
12	6	3.

So dat sy

A — B = D | E.
16 — 8 = 12 | 6.

En nog

B — C = E | F.
8 — 4 = 6 | 3.

So sal volgens een geschikte gelykheyt zyn

A		C		D		F.
16	—	4	=	12	|	3.

Door 't II. Theor. om dat de Producten gelyk zyn.

Op een andere manier.

16 — 8 = 12 | 6. 8 — 4 = 6 | 3.
verwisselende: 16. V. verwisselende: 16. V.
16 — 12 = 8 | 6. 8 — 6 = 4 | 3.

Ergo door de 11. V.

A		D		C		F.
16	—	12	=	4	|	3.

En verwisselende 16. V.

16 — 4 = 12 | 3.

Dit nu gedemonstreert zynde, segt de XX Propositie.

So (in op een na de laetste voorgaande Proportie) A grooter is als C, sal D ook grooter zyn als F.

A gelyk is aan C, sal D gelyk zyn aan F.

A kleynder is als C, sal D kleynder zyn als F.

Welk alles als van woort tot woort 't selfde is met de voorgaande XIV. Propositie: en daarom geen verdere Demonstratie van noden heeft.

$$\begin{array}{l} A : D \\ B : E \\ C : F \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} A : B :: D : E \\ B : C :: E : F \end{array}\right\} \text{gegeeven.}$$

Zoo is $A : C :: D : F$.

DEMONSTRATIE.

$A : B :: D : E$ en $B : C :: E : F$. geg.

a Theor. 1. $A \times E = B \times D$. en, $B \times F = C \times E$. a
$B \times F = C \times E$.
gemultipl.
$A \times B \times E \times F = B \times C \times D \times E$.
Gedeelt door $B \times E$.
Komt $A \times F = C \times D$.

a Theor. 2. Ergo $A : C :: D : F$. b

PRO-

PROPOSITIE XXIII.

So daar zyn drie quantiteyten A. B. C. *en nog drie anderen* D. E. F: *En volgens een verwerde ordre is* A *tot* B *als* E *tot* F; *als ook* B *tot* C *als* D *tot* E.

So sullen sy ook in een verwerde gelykheyt de selfde Reden tot malkanderen hebben, A *tot* C *als* D *tot* F.

DEMONSTRATIE.

Laat gestelt zyn de quantiteyten.

A	B	C.
16	8	2.
D	E	F.
24	6	3.

So dat sy

16 —— 8 ═══ 6 | 3.

En

8 —— 2 ═══ 24 | 6.

So sal zyn

16 —— 2 ═══ 24 | 3.

Het welk door Multiplicatie blykt; om dat de Producten aan malkanderen gelyk zyn;

zyn; waarom ook die quantiteyten (Theor. II.) Proportionaal zyn.

Op een andere manier.

16 — 8 = 6 | 3. 8 — = 24 | 6.
Ergo Theor. I. Ergo Theor.
16 . x . 3 gelyk 8 . x . 6. 8 . x . 6 gelyk 2 . x . 24.

Ergo is door 't I. Axioma.

16 . x . 3 gelyk 2 . x . 24.

En daarom door 't II. Theor.

16 — 2 = 24 | 3.

Als nu dese laetste Proportie verwisselt word, so dat is

A B C F.
16. — 24 = 2 | 3.

So segt de XXI. Propositie.

Als A is groter als C, sal D groter zyn als F.

Als A is gelyk aan C, sal D gelyk zyn aan F.

Als A is kleynder als C. sal D kleynder zyn als F.

Welke alle wederom in de XIV. Propositie demonstreert zyn, en daarom klaar genoegt.

A

A : D
B : E
C : F

A : B :: E : F. en B : C :: D : E gegeev.

Zoo is : A : C :: D : F.

DEMONSTRATIE.

A : B :: E : F en B : C :: D : E geg.

Zoo is : A x F = B x E = C x D. [a] a Theor. 11

Of A : C :: D : F. [b] b Theor. 24

PROPOSITIE XXIV.

Besiet de voorgaande II. *Propositie, die met dese deselfde is.*

PROPOSITIE XXV.

So vier quantiteyten A. B. C. D. *Proportionaal zyn; So sal de Somme van de grootste* A *en de kleynste* D *te samen grooter zyn als de Somme van de twee overige* B *en* C *te samen.*

DEMONSTRATIE.

A		B		C		D.
12	—	4	=	9	1	3.

12 groter 9.
4 3. } S

8 groter 6
4 en 3 4 en 3. } A

12 en 3 groter 4 en 9.

A : B : : C : D
A de grootste, en } gegeeven.
D de kleinste.

Zoo is, A + D groter dan B + C.

DEMONSTRATIE.

A : B : : C : D. gegeeven.
A groter dan C. gegeeven.

14. 5. Ergo B groter dan D.

De volgende negen Propositien zyn niet van EUCLIDES, maar van andere hier by gedaen; dog konnen seer ligt als de voorgaande van EUCLIDES, op de selfde manier gedemonstreert worden.

En

En A : C : : B : D.[a] a 16. 5.

B : D gesubstaheert.

Rest A − B : C − D : : A : C.[b] b 19. 5.

Of A : C : : A − B : C − D.

Of A : A − B : : C : C − D.[c] c 16. 5.

A groter dan C. gegeeven.

Ergo A − B groter C − D.[d] d 14. 5.

B ═══ B

——— ——— ——— A D.

A groter B + C − D.

D ═══ D

——— ——— ——— A D.

A + D groter dan B + C.

PROPOSITIE XXVI.

So de eerste A *tot de twede* B *groter Reden heeft als de derde* C *tot de vierde* D: *So sal omgekeert de vierde* D *tot de derde* C *grooter Reden hebben, als de twede* B *tot de eerste* A.

DEMONSTRATIE.

A B C D.

8 —— 4 groter 5 I 3.

3 . x . 8 groter als 5 . x . 4.

Ergo door Theor. 4.

3 —— 5 groter 4 I 8.

PRO-

PROPOSITIE XXVII.

So de eerste A tot de twede B groter Reden heeft als de derde C tot de vierde D; So sal ook verwisselende de eerste A tot de derde C groter Reden hebben als de twede B tot de vierde D.

DEMONSTRATIE.

A B C D
8 —— 4 groter 5 1 3.
So is door 't Theor. 3.
8 . x . 3 groter als 4 . x . 5.
Ergo door Theor. 4.
8 —— 5 groter 4 1 3.

PROPOSITIE XXVIII.

So de eerste A tot de twede B groter Reden heeft als de derde C tot de vierde D; So sal (samen settende) de Somme van de eerste A en de twede B tot de selfde twede B groter Reden hebben als de Somme van de derde C en de vierde D tot de selfde vierde D.

DEMONSTRATIE.

A B C D.
8 —— 4 groter 5 1 3.

So sal zyn

$\frac{8 \text{ met } 4.}{\text{Of } 12.}$ —— 4 groter $\frac{5 \text{ met } 3.}{\text{Of } 8.}$ 3.

Door 't IV. Theor. Om dat het product der uyterste is groter als 't product der middelste. a Theor. 2.

Op een andere manier.

$\frac{8}{4}$ groter als $\frac{5}{3}$ } Add.
$\frac{4}{4}$ gelyk aan $\frac{3}{3}$ }

$\frac{12}{4}$ groter als $\frac{8}{3}$.

Of

12 —— 4 groter 8 | 3.

PROPOSITIE XXIX.

So de eerste A tot de twede B grooter Reden heeft als derde C tot de vierde D; So sal (deylende) 't verschil van de eerste A boven de twede B tot de selfde twede B groter Reden hebben, als het verschil van de derde C boven de vierde D tot de selfde vierde D.

DEMONSTRATIE.

A		B		C		D.
12	—	4	groter	8	|	3.

So zal zyn

$\frac{12 \text{ min. } 4}{\text{Of } 8.}$ — 4 groter $\frac{8 \text{ min. } 3.}{\text{Of } 5.}$ | 3.

Door 't Theor. IV. Om dat het product der uyterste groter is als 't product der middelste.

Op een andere manier.

$\frac{12}{4}$ groter als $\frac{8}{3}$ }
$\frac{4}{4}$ gelyk aan $\frac{3}{3}$ } Subtr.

$\frac{8}{4}$ groter als $\frac{5}{3}$. door 't 5. Ax.

Dat is

8 — 4 groter 5 | 3.

PRO-

PROPOSITIE XXX.

So de eerste A *tot de twede* B *groter Reden heeft als de derde* C *tot de vierde* D; *So sal door verwending van de Reden de eerste* A *tot 't verschil van de selfde* A *boven de twede* B *kleynder Reden hebben, als de derde* C *tot het verschil van deselve derde* C *boven de vierde* D.

DEMONSTRATIE.

A — B groter C D.
12 — 4 groter 8 | 3.

Moet gedemonstreert worden, dat is

12 — $\frac{12 \text{ min. } 4.}{\text{Of } 8.}$ kleynder 8 | $\frac{8 \text{ min. } 3.}{\text{Of } 5.}$

Het welk blykt door 't VI. Theor. Om dat namelyk het product der buytenste kleynder is als het product der middelste.

PROPOSITIE XXXI.

So daar zyn drie quantiteyten A. B. C. *en nog drie andere* D. E. F. *En de eerste* A *van de voorste tot syne twede* B *groter Reden heeft als de eerste* D *van de laatste tot zyne twede* E; *Als ook de twede* B *van de voorste tot zyne derde* C, *groter Reden heeft als de twede* E

van de laatste tot zyne derde F:

So zal ook volgens een geschickte gelykheyt de eerste A *van de voorste tot zyne derde* C *groter Reden hebben, als de eerste* D *van de laatste tot zyne derde* F.

DEMONSTRATIE.

A	B	C
16	8	4.
D	E	F.
9	5	3.

Sy 16 —— 8 groter 9 | 5.
En 8 —— 4 groter 5 | 3.

So zal ook zyn

16 —— 4 groter 9 | 3.

Gelyk zulks blykt uyt de Multiplicatie, om dat het product van de uyterste groter is als het product van de middelste: door 't IV. Th.

Anders op dese manier.

16 —— 8 groter 9 | 5.

Verwisselende 27. V.

16 —— 9 groter 8 | 5.

Daar naa

8 —— 4 groter 5 | 3.

Verwisselende 27. V.

8 —— 5 groter 4 | 3.

Ergo

Ergo

16 —— 9 groter 4 1 3.

Verwisselende

16 —— 4 groter 9 1 3.

PROPOSITIE XXXII.

So daar zyn drie quantiteyten A. B. C. *en nog drie andere* D. E. F: *En de eerste van de voorste* A *tot zyne twede* B *groter Reden heeft, als de twede van de laatste* E *tot zyne derde* F: *Als ook de twede van de voorste* B *tot zyne derde* C *groter Reden heeft als de eerste van de laatste* D *tot zyne twede* E:

So zal ook volgens een verwerde gelykheyt de eerste van de voorste A *tot zyne derde* C *groter Reden hebben, als de eerste van de laatste* D *tot zyne derde* F.

DEMONSTRATIE.

A	B	C.
16	8	5.
D	E	F.
9	6	4.

Sy 16 —— 8 groter 6 1 4.
En 8 —— 5 groter 9 1 6.

So zal zyn

16 —— 5 groter 9 1 4.

Door 't IV. Theor. Om dat het product der uyterste groter is als het product der middelste.

Anders op dese manier

16 —— 8 groter 6 1 4.
Ergo 16.x.4 groter als 8.x.6.

En

8 —— 5 groter 9 1 6.
Ergo 8.x.6 groter als 5.x.9.

En daarom

16.x.4 groter als 5.x.9.

Ergo door 't IV. Theor.

16 —— 5 groter 9 1 4.

PRO-

PROPOSITIE XXXIII.

So het geheel A *tot het geheel* B, *grooter Reden heeft als het afgetrocke deel* C, *tot het afgetrocke deel* D; *So zal het overschot* E *tot het overschot* F *groter Reden hebben, als het geheel* A *tot het geheel* B.

DEMONSTRATIE.

Laat groter reden hebben.

De gehelen	A	B	Subtr.
Als	12	6	
De delen C	4	3 D.	

So zal zyn 8 —— 3 groter 12 | 6.

Door 't IV. Theor. Om dat het product der uyterste groter is als het product der middelste.

PROPOSITIE XXXIV.

So daar zyn na believen aenige quantiteyten A. B. C. *en nog zo veel andere* D. E. F: *En de eerste van de voorste* A *groter Reden heeft tot de eerste van de laatste* D, *als de twede van de eerste* B *tot de twede van de laetste* E; *Als ook wederom de twede* B *tot de twede* E *groter Reden heeft als de derde* C *tot de derde* F; *en zo voorts.*

So zal de Somme van alle die voorste A. B. C. *te samen tot de Somme van alle de laetste* D. E. F. *te samen;*

I. *Groter Reden hebben als de Somme van de voorste, sonder hare eerste* A, *tot de Somme van de laetste ook sonder hare eerste* D.

II. *Maer kleynder, als de eerste van de voorste* A, *tot de eerste van de laetste* D.

III. *Eyndelyk wederom groter als de laetste van de voorste* C *tot de laetste van de laetste* F.

DEMONSTRATIE.

Laet gestelt zyn deze quantiteyten.

De voorste		De laatste.	
A	12	D	6
B	8	E	5
C	4	F	3.
De Sommen 24			24.

I. DEEL.

B en C E en F.

24 —— 14 groter 12 | 8.

II. DEEL.

A D.

24 —— 14 kleynder 12 | 6.

III. DEEL.

C F.

24 —— 14 groter 4 | 3.

Het I. en III. Deel blykt uyt het Theor. IV. Om dat de Producten der uyterste groter zyn als de Producten der middelste.

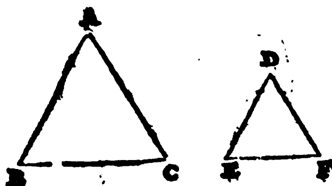
Het II. volgt uyt het Theor. VI. Om dat het product der uyterste kleynder is als het product der middelste.

EYNDE DES VYFDE BOEKS.

HET SESDE BOEK.

DEFINITIEN.

1. *Gelykformige regtlinische Figuren zyn, die yder hoek gelyk aan yder hoek, ende de zyden om die gelyke hoeken Proportionaal hebben.*



OM gelykformig te zyn, worden in regtlinische Figuren twe Conditien vereyscht.

1. Dat sy alle de hoeken, yder aan yder gelyk hebben: als A en D. B en E. C en F.

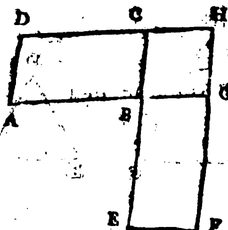
2. Dat de zyden om die gelyke hoeken, Proportionaal zyn; Namelyk, dat sy

Om A. D.	BA — AC = ED | DF.
Om B. E.	CB — BA = FE | ED.
Om C. F.	BC — CA = EF | FD.

In-

Indien dan maar eene van dese Conditien ontbreekt, zullen sodanige Figuren niet gelykformig zyn: Gelyk, by voorbeelt, een Quadraat en lankwerpig vierkant, hebben wel de hoeken gelyk, om dat alle regt zyn; maar alsso sy de zyden niet Proportionaal hebben, konnen sy geensins onder de gelykformige gerekent worden.

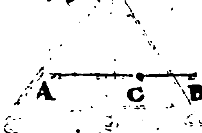
2. *Wederkerige Figuren zyn, als in beyde de Figuren de voorgaande en de volgende termen der Reden zyn.*



Gelyk in de Parallelograms AC. BF. en in deselve getrocken zynde de regte linien AC. BF. in de Triangels ABC. BEF. Als sig heeft AB in de I. Figuer tot BG in de II. gelyk wederkerig EB in deselfde II. Figuer tot BC in de I. Figuer. So worden die Figuren wederkerige genoemt.

3. *De regte linie* AB *werd gesegt gesneden te zyn in de uyterste en middelste Reden als de*

de gehele linie AB *sig heeft tot het grootste deel*, AC *als het selve grootste deel* AC *sig heeft tot het kleynste deel* CB.

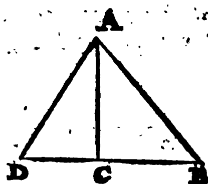


In de 11. Propositie van het II Boek leert EUCLIDES een linie te deylen in C, dat den regt-hoek van de gehele linie AB en 't kleynste deel BC begrepen gelyk zy aan het Quadraat van 't grootste deel AC.

Dat nu die deylinge een en het selve is m... dese Definitie, zullen wy naderhant sien u... de XXX. Propositie van dit VI. Boek; S... dat die II. Propositie hier wederom ond... de Definitien gestelt word, van wegen h... veelvuldig gebruyk en nut van dese Propo... tie, die van sommige met de naam van God... delyke Proportie vereert word.

4. *De hoogte van yder Figuer is de Perpendiculare linie* AC, *die van het Top-punt* A *der Figuer tot zyne Basis of dasselfs verlengsel getrocken word.*

De-



Dewyl de maat, die men gebruykt om een zekere zaak af te meten, onveranderlyk en zeker bepaalt moet zyn, zo is ook nodig dat de afstant eens puncts van een linie gemeten worde door een linie die een vaste maat heeft, die de kortste is van alle de linien, die van zodanig een punct tot de afstaande linie konnen getrocken worden.

Om welke Reden de afstant van het Toppunct A. van de linie of den Basis D B, niet gemeten word volgens de schuynse linien A D. A B. om dat zodanige vele ja byna oneyndig op de Basis of zyne verlengde konnen getrocken worden; Maar de maat van die afstant word genomen in de Perpendiculaar A C. die de zekerste, eenigste en de kleynste is: welke in dit geval ook altyt gesogt word.

Dese Perpendiculaar A C nu word genoemt de hoogte van den Triangel A D B, genomen zynde D B voor den Basis: gelyk ook, nemende A D voor den Basis, die Perpendiculaar uyt B op A D getrocken, de

hoogte

hoogte zal zyn; en eyndelyk, nemende AB voor den Basis, de Perpendiculaar uyt D op AB getrocken.

Verder, om dat door het punct A een linie kan getrocken worden, die Parallel zy met DB, zo word die hoogte gezegt te zyn tusschen zodanige Parallelen; Daarom als twe Triangels worden gezegt te zyn in de zelfde hoogte, is even zo veel als of zy gesegt worden tusschen de zelfde Parallelen te zyn; gelyk EUCLIDES dit zo uytdrukt in het I. Boek.

5. *Een Reden word gesegt uyt Redens samen geset te zyn, als de grootheden (of quantiteyten) van de Redens door malkanderen gemultipliceert zynde, een Reden uytmaken.*

Te vooren hebben wy aangemerkt, dat een Reden in haar aart en nature niets anders is als een zekere manier van in zig te begrypen of bevatten, volgens welke de eene quantiteyt de andere in zig bevat of in deselve bevat en begrepen word; 't welk niet duydelyker als door een gebroken kan uytgedrukt worden.

So dan nu twe Redens gestelt worden, als 2 tot 3. en 4 tot 5. die zullen op de manier van gebrokens zo staan $\frac{2}{3}$ en $\frac{4}{5}$; als nu dese twe gebrokens door malkanderen gemultipliceert worden, zal men krygen $\frac{8}{15}$ of de Reden 8 tot 15, voor de gesogte Reden,

den, die t' samen geset is uyt de twe voorgestelde Redens 2 tot 3 en 4 tot 5.

Op dezelfde manier zoekende de Reden, die uyt een dubbelde en driedubbelde, of uyt de twe Redens 2 tot 1. en 3 tot 1. dat is uyt de gebrokens $\frac{2}{1}$ en $\frac{3}{1}$ t' saem gezet is, zal men vinden $\frac{6}{1}$ dat is de reden van 6 tot 1. of een ses dubbelde Reden.

Staat aan te merken dat deze quantiteyten of grootheden van de Redens, gelyk EUCLIDES deselve noemt, van de Mathematici ook genoemt worden Noemers der Redens, dewelke in de verhandelinge der Gebrokens genomen worden dezelve te zyn met de quotienten der deylinge, daar de Gebrokens haren oorspronk uyt nemen.

Dog de voorgaande gebroken $\frac{8}{15}$ of de Reden van 8 tot 15. (die uyt de twe Redens 2 tot 3 en 4 tot 5 gecomponeert of samen gestelt is) kan men ook op deze manier vinden.

Stelt 2 —— 3 ═══ Getal na belive 6 | 9.
Dan 4 —— 5 ═══ 9 | $\frac{45}{4}$.

Ik zegge dat de Reden van 6 tot $\frac{45}{4}$ of aan beyde kanten multiplicerende door 4. de Reden van 24 tot 45 dezelve is met de

Reden

Reden van 8 tot 15: Of dat $\frac{24}{45}$ het zelve is met $\frac{8}{15}$: Het welk blykt als men de gebroken $\frac{24}{45}$ verkort door 3; wanneer men namelyk de begeerde gebroken $\frac{8}{15}$ of de Reden van 8 tot 15 datelyk zal krygen: Waar uyt men dan zekerlyk besluyten moet, dat de Reden van 8 tot 15 is de gecomponeerde of t'samen gesette Reden uyt de twee Redens 2 tot 3 en 4 tot 5.

A

A ————————————————

B ——————

C ————————————————

D ————————

H ————————————————

I ——————

K ————

Welke werkinge men op deze manier op de linien kan toepassen.

Laat zyn gegeven twe Redens A tot B en C tot D, om te vinden een Reden, die uyt die twe Redens zamen gezet is.

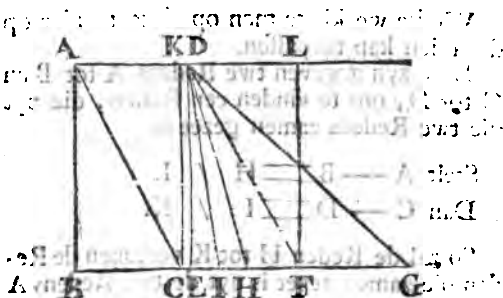
Stelt A — B = H / I.
Dan C — D = I / K.

So zal de Reden H tot K vertonen de Reden die zamen gezet is uyt de twe Redens A tot B en C tot D.

Merkt dat voor H een linie of groter of kleynder na believen mag genomen worden.

PROPOSITIE I.

Theor. I. *De Triangels* ABC. DEF. *en de Parallelograms* BK. EL. *in de selfde hoogte, of tusschen de selfde Parallelen staande hebben de selfde Reden tot malkanderen, als hare Bases* BC. EF: *Dat is, so de Bases gelyk zyn, zo zyn ook de Figuren gelyk: En so de Bases ongelyk zyn, sullen ook de Figuren ongelyk zyn; en dat wel volgens de Redene van de Bases.*



DEMONSTRATIE.

1. Laat den Basis BC gelyk zyn aan den Basis EF: Dan zullen de Triangels ABC. DEF. op gelyke Bases en tusschen deselve Parallelen staende, aan malkanderen gelyk

b 38. I. zyn. [a]

2. Stelt EG het dubbelt te zyn van EF of BC: Dan sullen de twe Triangels DEF. DFG

DFG gelyk zyn; en daarom den gehelen Triangel het dubbelt van den Triangel DEF, dat is ABC: Om dat namelyk de Basis EG het dubbelt is van de Basis BC.

3. Stelt EH te zyn de helft van EF of BC, en daarom een vierde part van EG: So zullen de Triangels DEH. DHF gelyk zyn. Ergo zal CEH de helft zyn van DEF. dat is ABC; en een vierde part van DEG.

4. Laat EI zyn een vierde part van EF of BC, en een agtstepart van EG: So zal van gelyken den Triangel DEI gelyk zyn aan DIH: en daarom zal DEI zyn de helft van DEH. En een vierde part van DEF of ABC: als ook een agtste part van DEG.

En zo voort in 't oneyndig.

Ergo volgt dat de Triangels met hare Basses de zelfde Reden hebben.

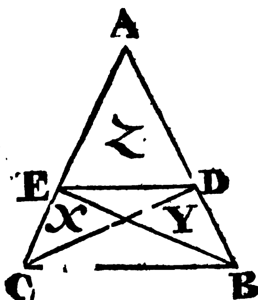
't Welk ook van gelyken plaats heeft in de Parallelograms, die het dubbelt zyn van de Triangels. b b 34. 1.

PROPOSITIE II.

Theor. 2. 1. *So in een Triangel* ACB, *de linie* ED *Parallel aan d'eene zyde* CB *getrocken word: Dan zal* ED, *de twe andere zyden* AC. AB *Proportionaal snyden: dat namelyk sy*

AE——EC⸗⸗ AD / DB.

2. *En zo de regte linie* ED *de zyden* AC. AB *Proportionaal snydt: So sal* ED *Parallel zyn aan de overige zyde* CB.



DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

Getrocken zynde de linien CD. BE. zo zyn de Triangels X en Y, staende tusschen de-

deselfde Parallelen ED. CB. en op deselfde Basis ED. aan malkanderen gelyk, [a] a 37. I.

Vorders

AE [b] —— EC == Triang. Z. | $\frac{\text{Trian. X.}}{\text{Of Y.}}$ b 1. VI.

Maar ook

AD —— DB == Triang Z / Tri. Y.

Ergo door de 11. V.

AE —— EC == AD / DB.

II. DEEL.

Volgens stellinge is

AE —— CE == AD / DB.

Maer

Z —— X == AE. / EC.
En Z —— Y == AD / DB.

Ergo deze Redens in de plaats gestelt.

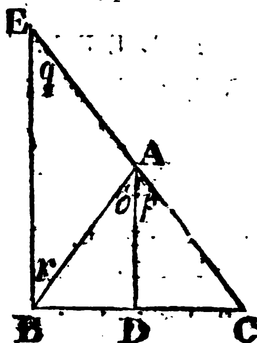
Z —— X == Z / Y.

Ergo is den Triangel X [c] gelyk aan dene 14. V. Triangel Y. de welke ook zyn op de zelfde Bases ED. en daarom tusschen de zelfde Parallelen ED. CB. [d] d 39. I.

PROPOSITIE III.

Theor. 3. 1. *So in een Triangel* ABC, *de regte* AD, *die den hoek* A *twevoudig snyd, den Basis* BC *ook snyd: So sullen de deelen van den Basis*, BD. DC. *tot malkanderen de selfde Reden hebben, als de andere zyden* BA. AC.

2. *En so de delen van den Basis* BD. DC *de selfde Reden hebben als de andere zyden* BA. AC: *So sal de regte* AD. *die den Basis snyd, den hoek* A *twevoudig snyden.*



DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

Trekt uyt B de linie BE Parallel aan DA. en

en verlangt C A. tot dat zy B E ontmoet in E: So zal wegens de Parallelen B E. D A. zyn.

Den hoek O gelyk R. } 29. I.
Den hoek P gelyk Q. }

Maar O is gelyk P door de stellinge.

Ergo is R gelyk Q: En daarom A E gelyk A B. b — b 6. I.

Ergo is in den Triangel E B C.
E A —— A C ═══ B D / D C. c — c 2. VI.

Dat is B A.

II. DEEL.

Volgens de stellinge van de Propositie is
B A —— A C ═══ B D / D C.
Maer in den Triangel is d — d 2. VI.
E A —— A C ═══ B D / D C.

Ergo door de 11. V.

B A —— A C ═══ E A / A C.

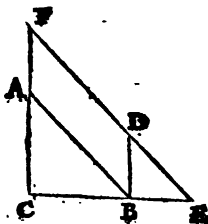
Ergo B A e gelyk E A. En den hoek f R gelyk Q. — e 14. V. f 5. I.

Maar den hoek R gelyk O. } 29. I.
En den hoek Q gelyk P. }

Ergo den hoek O gelyk P.
En gevolgelyk snyd A D, den hoek A twevoudig.

PROPOSITIE IV.

Theor. 4. *De Triangels, die gelykhoekig zyn, of yder hoek aan yder hoek gelyk hebben; die zyn gelykformig, dat is, die hebben de zyden om gelyke hoeken staende Proportionaal.*



DEMONSTRATIE.

Stelt de Bases CB. BE in eene regte linie: Om dat nu den hoek C is gelyk aan DBE.
a 28. I. zyn [a] CA en BD Parallel: als ook AB en DE. om dat den hoek ABC is gelyk aan E. [a]

Verlangt CA en ED in F: zo zal AFDB een Parallelogram zyn, en daarom FA ge-
b 34. I. lyk aan DB. en FD gelyk aan AB. [b]

Om dat nu in den Triangel FCE de linie AB Parallel is aan FE. zal zyn
c 2. VI. AC c —— AF —— CB / BE.
Of DB

Em

En verwisselende 16. V.

AC — CB = DB / BE.

Daar na om dat in den Triangel EFC de linie DB Parallel is aan de zyde FC. zal zyn

FD — DE = CB / BE.
Of AB

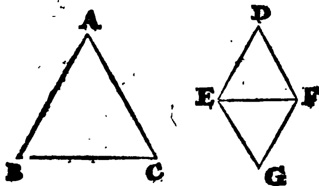
En verwisselende 16. V.

AB — BC = DE / EB.

PROPOSITIE V.

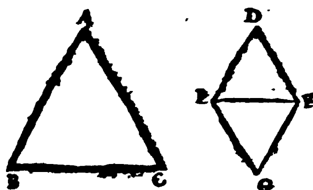
So de twe Triangels ABC. DEF. *de zyden om alle de hoeken Proportionaal hebben; So zullen zy gelykhoekig zyn, en zullen de hoeken* A *en* D. B *en* E. F *en* C *gelyk hebben, die tegen gelykstaltige zyden over staan.* Theor. 5.

De omgekeerde van de voorgaande IV.



DEMONSTRATIE.

Maakt a aan het punct E den hoek FEG gelyk aan B. en aan 't punct F den hoek EFG gelyk C; dan is de derde G gelyk aan A. a 23. I.



Daerom zal in de gelykformige Triangels ABC. GEF. zyn

AB —— BC ═══ GE / EF.

Maar door deze Propositie,

AB —— BC ═══ DE / EF.

---

b 11. V. Ergo GE ——[b] EF ═══ DE / EF.

c 14. V. En daarom GE[c] gelyk aan DE.

Op deselfde manier word aan de andere kant ook bewesen dat GF is gelyk DF.

So dat de Triangels DEF. GEF alle de zyden gelyk hebben: waarom ook door de 8. I. Den

Hoek DEF. gelyk GEF gelyk B.
Hoek DFE. gelyk GFE gelyk C.
Hoek D gelyk G gelyk A.

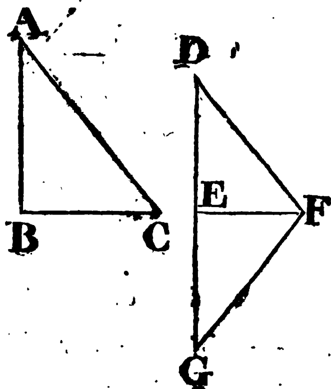
PRO-

PROPOSITIE VI.

So de twe Triangels ABC. DEF. *hebben eenen hoek* B *gelyk aan eenen hoek* E. *en de zyden om deselve Proportionaal, dat is* Theor. 4.

AB —— BC ═══ DE / EF.

So zullen die Triangels gelykhoekig zyn.

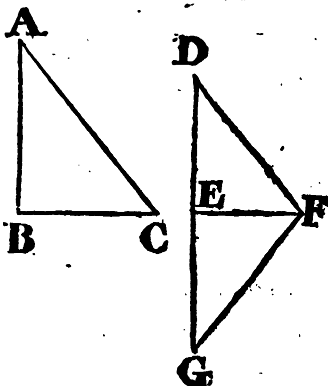


DEMONSTRATIE.

Aan de punten E en F maakt de hoeken FEG. EFG gelyk aan de hoeken B (dat is DEF) en C. So zal de derde G [a] gelyk zyn aan de derde A; En de Triangels ABC. a 32. I.

b 4. VI. ABC. GEF. zullen gelykformig zyn b. En daarom

AB —— BC $=$ GE / EF.



Maar ook is door de Propositie.

AB —— BC $=$ DE / EF.

Daarom is GE gelyk aan DE.

En de twe Triangels DEF. GEF ſtaan na de vierde des I. Boeks: Ergo is den
Hoek DEF gelyk GEF gelyk B.
Hoek DFE gelyk GFE gelyk C.
Hoek D gelyk G gelyk A.

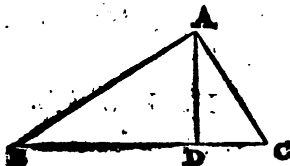
PRO-

PROPOSITIE VII.

Deze is moeyelyk, en byna van geen gebruyk, waarom wy dezelve ook met andere voorby gaan. Theor. 71

PROPOSITIE VIII.

So in een regthoekigen Triangel ABC *uyt den regten hoek* A *op de Basis* BC *een Perpendiculaur* AD *getrocken word; die zal dezelve deylen in twe Triangels* ADB. ADC *die en aan den gehelen Triangel* ABC, *en ook aan malkanderen gelykformig zyn.* Theor. 8



DEMONSTRATIE.

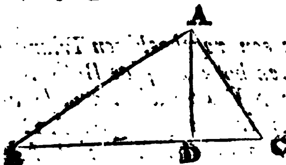
I. DEEL.

In de Triangels BAC. ADB is den Hoek B gelyk B.
Hoek BAC gelyk ADB; beyde regt.

Ergo

a 32. I. Ergo de hoek [a] C gelyk B A D.
b 4. VI. En daarom [b] zyn de Triangels B A C. A D B gelykformig.

Daar na in de Triangels B A C. A D C.
Hoek C gelyk C.
Hoek B A C gelyk A D C.



Ergo [a] de hoek B gelyk C A D.
En daarom zyn de Triangels B A C. A D C gelykformig. [b]

II. DEEL.

Den Triangel A D B is gelykformig aan den Triangel B A C. Den Triangel A D C is ook gelykformig aan dezelve Triangel B A C.	Door 't I. Deel.

Ergo zyn de Triangels A D B. A D C ook aan malkanderen gelykformig door de 21. VI. die door deze niet gedemonstreert word.

Dog kan het zelfde II. Deel ook op deze manier gedemonstreert worden.

In

In de Triangels A D B. A D C.
Hoek A D B gelyk A D C.
Hoek B gelyk D A C.
Hoek B A D gelyk C.

Ergo zyn die Triangels gelykformig. c 4. VI.

COROLLARIUM I.

In een regthoekige Triangel is de Perpendiculair uyt de regten hoek op den Basis getrocken, de middel Proportionaal tusschen beyde de delen van den Basis.

DEMONSTRATIE.

De twe Triangels B D A. A D C. zyn gelykhoekig, en daarom is

B D[a] —— D A ═══ D A / A C. a 4. VI.

En by gevolg is D A de middel Proportionaal tusschen B D en D C.

COROLLARIUM II.

Een van beyde de zyden om de regten hoek, is de middel Proportionaal tusschen den gehelen Basis en dat deel van den Basis, 't welk de genomen zyde aanraakt.

DEMONSTRATIE.

In de gelykformige Triangels A B C. D A C.

B C —— C A ═══ C A / C D.

In

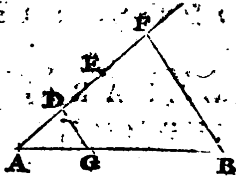
In de gelykformige Triangels ACB. DAB
CB — BA — BA / BD.

SCHOLIUM.

In het aanwysen der Proportien van de zyden der Triangels moet men naaukeurig agt geven, dat men aan beyde kanten met een geschikte ordre moet voortgaan: Namelyk van gelyke hoeken om gelyke hoeken naa gelyke hoeken; dewyl men sulks niet waar nemende ligtelyk een grove misslag zoude konnen begaan.

PROPOSITIE IX.

Probl. 1. *Van een gegeve regte linie* AB *een begeerd deel* AG *af te snyden.*



CONSTRUCTIE.

Stelt dat men moet afsnyden een derde deel.

1. Voegt

1. Voegt aan A B met een hoek na believen de regte linie A F; en neemt in deselve met de Pasler drie gelyke delen A D D E, E F. (namelyk zo veel gelyke delen als de naam van 't begeerde deel mede brengt.)

2. Trekt F B en dan D G Parallel aan F B. Ik zegge dat A G zal zyn het begeerde derde deel van A B.

DEMONSTRATIE.

In den Triangel F A B is D G Parallel aan de zyde F B. Ergo.

F D — D A = B G / G A. a 2. VI

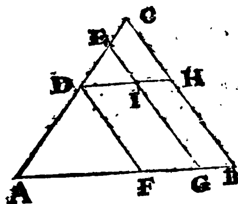
En t' samensettende 18. V.

F A — D A = B A / G A.

Maer F A is het driedubbelt van D A. Ergo is B A ook het drie dubbelt van G A. Of G A is een derde deel van de linie A B.

PROPOSITIE X.

Een gegeve regte linie A B te snyden in deselve Proportie als een andere, gegeve linie A C gesneden is in D en E. Probl. 4.



CONSTRUCTIE.

1. Aan A voegt de linie A C met een hoek na believen.

2. Trekt C B. en dan E G. D F beyde Parallel aan C B.

Ik zegge dat de linie A B in F en G in de begeerde Proportie gesneden is.

DEMONSTRATIE.

a 30. I. In den Triangel A E G zyn de linien E G. a D F Parallel, om dat zy aan de zelfde C B Parallel zyn: Daarom

AF —— FG ═══ AD / DE.

b 34. VI. Daar na uyt D getrocken zynde D H Parallel aan A B. is D I gelyk aan F G, b en I H gelyk aan G B.

En zal zyn in den Triangel D H C.

DI —— IH ═══ DE / EC.

Of F G   Of G B.

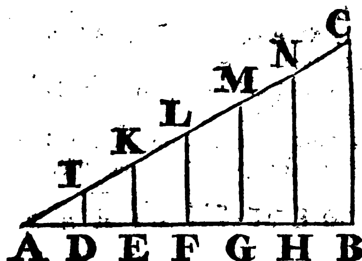
Ergo

Ergo zyn de delen AF. FG. GB. Proportionaal met de delen AD. DE. EG.

SCHOLIUM I.

Hier uyt kan men ligtelyk vinden een manier om een linie te verdeylen na believen in gelyke delen: By exempel de linie AB in ses gelyke delen: Volgens dese

CONSTRUCTIE.



1. Aen de linie AB voegt de linie AC met een hoek na believen.

2. Neemt in AC met de Passer ses gelyke delen na believen grooter of kleynder: als hier de ses delen AI. IK. KL. LM. MN. NC.

3. Trekt de linie CB: en daar nae de vyf linien NH. MG. LF. KE. ID. alle Parallel aan CB.

Ik zegge dat de linie AB gedeylt zal zyn

 in

in zes gelyke delen AD. DE. EF. FG. GH. HB.

DEMONSTRATIE.

Door de 10. Propositie is de linie AB in dezelfde Proportie gesneden als AC.

Maar AC is in ses gelyke delen gesneden.

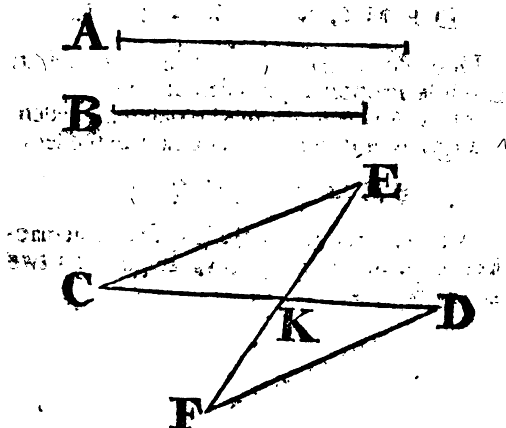
Ergo is AB ook in zes delen gesneden.

SCHOLIUM II.

Men kan een gegeve linie CD ook gemackelyk delen in een gegeve Reden van twee linien A en B.

CON-

CONSTRUCTIE.



1. Uyt C trekt met een hoek na believen de linie CE gelyk aan A.

2. Uyt D trekt DF Parallel aan CE. en gelyk aan B.

3. Trekt de regte linie EF.

Ik segge dat de linie CD in K gedeylt is in de Reden van A tot B.

DEMONSTRATIE.

In de Triangels CKE. DKF. is
Hoek C gelyk D. } 29. I.
Hoek E gelyk F. }
Hoek K gelyk K. } 15. I.

Daarom is door de 4. VI.

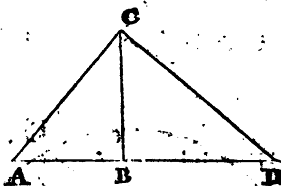
$\frac{CE}{Of\ A.}$ — CK = $\frac{DF}{Of\ B.}$ / DK.

Verwisselende door de 16. V.

A — B = CK / DK.

PROPOSITIE XI.

Probl. 2. *Gegeven zynde twe regte linien* AB. BC *een derde Proportionaal* BD *te vinden.*



CONSTRUCTIE.

1. Voegt de twe gegeve linien aan malkanderen met een regten hoek ABC.

2. Trekt uyt C op AC de Perpendiculaar CD.

3. Verlengt AB tot dat zy CD doorsnyt in D.

Ik zegge, dat BD is de derde begeerde Proportionaal.

DE-

DEMONSTRATIE.

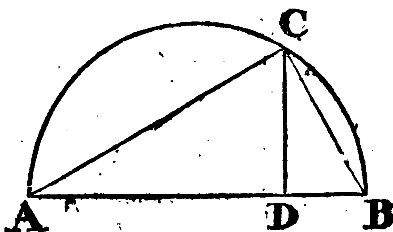
Den Triangel ACB is regthoekig door de Conſtructie, en CB een Perpendiculaar uyt den regten hoek getroeken op den Baſis: Deſe is a nu de middel Proportionaal tuſſchen AB en BD. a 1 Corol. 8. VI.

Ergo is BD de derde begeerde Proportionaal.

SCHOLIUM.

Indien de eerſte AB groter is als de twede BC. kan men de derde ook zeer aardig en gemackelyk op deze manier vinden.

CONSTRUCTIE.



1. Beſchryft op AB een halve Cirkel ACB.
2. Paſt in dezelve de twede gegeve BC.

3. Trekt uyt C op den diameter de Perpendiculaar CD.

Ik zegge dat BD is de begeerde derde Proportionaal.

DEMONSTRATIE.

Trekt AC. zo zal ACB een regthoekigen Triangel zyn (31. III.)

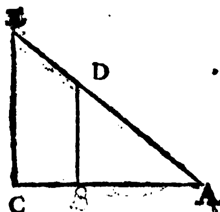
Ergo zal zyn door 't 2 Coroll. 8. VI.

AB — BC — BC / BD.

By gevolg is BD de begeerde derde.

PROPOSITIE XII.

Probl. 4. *Gegeven zynde drie regte linien* AB. BC. AD: *een vierde Proportionaal* DE *te vinden.*



CONSTRUCTIE.

1. Stelt de twee eerste AB. BC in eene regte linie aan malkanderen.

2.

2. Voegt aan A een regte linie met een hoek na believen, en neemt in de selfde de derde linie A D. en trekt D B.

3. Trekt uyt C een linie C E Parallel aan B D. die de verlangde A D ontmoet in E.

Ik segge dat D E is de begeerde vierde Proportionaal.

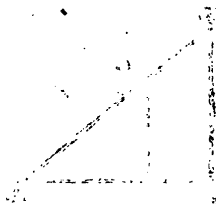
DEMONSTRATIE.

In de Triangel A C E is B D Parallel aan C E. Ergo is [a]

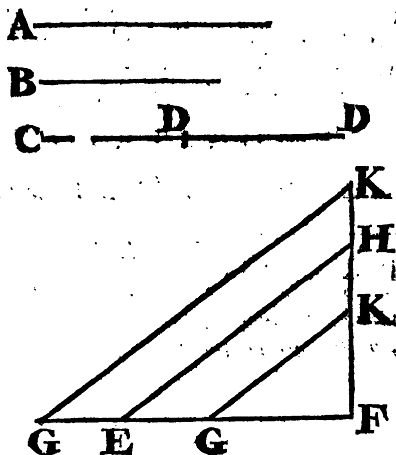
AB — BC == AD / DE.

[a] 2. VI.

By gevolg is D E de begeerde vierde Proportionaal.



ANDERE CONSTRUCTIE.



Laet gegeven zyn de drie linien A. B. C D. welke is of grooter of kleynder als A.

1. Voegt de linien E F gelyk aan A en F H gelyk aan B met een hoek na believen in F aan malkanderen en trekt E H.

2. In de linie F E neemt F G gelyk aan de derde C D: en trekt uyt G de linie G K Parallel aan E H.

Ik zegge dat F K is de begeerde vierde Proportionaal: Namelyk F K boven H: als C D is grooter als A. En F K beneden H: als C D is kleynder als A.

DE-

DEMONSTRATIE.

Uyt de Conſtructie is zeer ligt te zien dat de Triangels E F H. G F K gelykformig zyn; daarom is door de 4. VI.

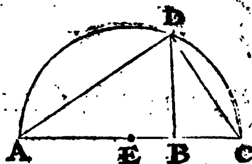
EF —— FH ═══ GF / FK.

Dat is

A —— B ═══ CD / tot de vierde FK.

PROPOSITIE XIII.

Gegeven zynde twe regte linien AB. BC *een middel Proportionaal* BD *te vinden.* 3 Probl. 6.

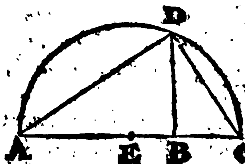


CONSTRUCTIE.

1. Voegt de gegeve linien AB. BC in een regte linie aan malkanderen.
2. Beſchryft op de gehele AC een halve Cirkel.
3. Trekt uyt B de Perpendiculaar BD tot aan de Circumferentie.

Ik

Ik segge dat BD is de begeerde middel Proportionaal.



DEMONSTRATIE.

Trekt AD, DC; zo zal ADC een regthoekigen Triangel zyn, om dat den hoek a ADC regt is.

a 31. III.

En de linie DB is uyt de regten hoek Perpendiculaer op den Basis getrocken: die daarom is de middel Proportionaal tusschen AB en BC. b

b 1 Corol. 8. VI.

SCHOLIUM.

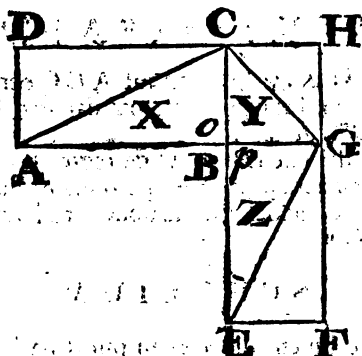
Alle linien, die uyt een punct na believen in de Diameter genomen, Perpendiculaar tot aan de omtrek getrooken worden, zyn middel Proportionaal tusschen de delen van den Diameter.

PRO-

PROPOSITIE XIV.

1. *De gelyke Parallelograms* X *en* Z. *die eenen hoek* O *gelyk hebben aan eenen hoek* P: *Die hebben ook de zyden om die gelyke hoeken wederkerig Proportionaal* (*dat is* AB *tot* BG *als* EB *tot* BC.) Theor. 9.

2. *En zo zy de zyden wederkerig Proportionaal hebben; Zyn zy gelyk.*



DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

Par. X [a] —— Par. Y ═══ Par. Z / Par. Y. a 7. V.
Maar X [b] —— Y ═══ AB / BG. b 1. VI.
En Z [b] —— Y ═══ EA / BC. b 1. VI.
Ergo

Ergo dese Redens in de plaats gestelt zynde

AB —— BG = EB / BC.

II. DEEL.

AB —— BG = EB / BC.

Maar

b 1. VI. AB[b] —— BG = Par. X / Par. Y.
EB[b] —— BC = Par. Z / Par. Y.

Ergo dese Redens in de plaats gestelt zynde

Par. X —— Par. Y = Par. Z / Par. Y

c 14. V. [c]Ergo is 't Par. X gelyk aan 't Par. Z.

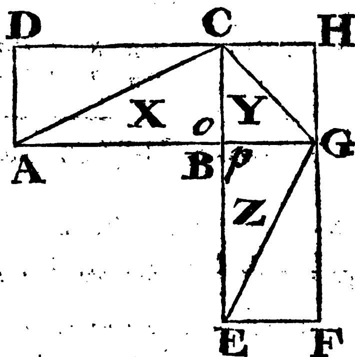
NB. Siet ook in dese nevens staande Figuer.

PRO-

PROPOSITIE XV.

1. *De gelyke Triangels* X *en* Z. *die eenen hoek* O *gelyk hebben aan eene hoek* P: *Die hebben ook de zyden om die gelyke hoeken wederkerig Proportionaal* (*dat is* AB *tot* BG *als* EB *tot* BC:) Theor. 101

2. *En zo zy de zyden wederkerig Proportionaal hebben; Zyn zy gelyk.*



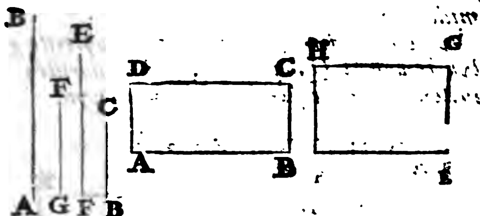
DEMONSTRATIE.

Trekt de regte linien AC. CG. GE. zo is dese Demonstratie dezelve met de voorgaande; om dat de Triangels zyn de helften van de Parallelograms; en ook de zelfde zyden hebben, die tot de Demonstratie gebruykt worden. PRO-

PROPOSITIE XVI.

Prop. 11. 1. *So vier regte linien A. G. F. B. Proportionaal zyn; So zal den regthoek van de twe uyterste A en B begrepen, gelyk zyn aan den regthoek van de middelste G. F.*

2. *En zo den regthoek van de uyterste gelyk is aan den regthoek van de middelste; So zullen die vier regte linien Proportionaal zyn.*



DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

Maakt van de twe uyterste den regthoek AC. als ook van de middelste den regthoek FG: die hebben den hoek A gelyk aan F. en de zyden wederkerig Proportionaal: Te weten AB —— HF = FE / BC.

a 14. VI. Ergo ᵃ zyn die twe regthoeken AC. FG. gelyk.

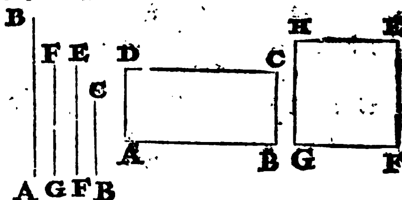
II. DEEL.

De regthoeken A C. F G zyn gelyk, en hebben den hoek A gelyk aan F: Ergo zyn de zyden wederkerig Proportionaal. b 14. VI.

PROPOSITIE XVII.

I. *So de drie linien* A. F. B. *Proportionaal zyn; So zal den regthoek van de uyterste* A. B. *gelyk zyn aan 't Quadraat van de middelste* F. Theor. 12.

II. *En so den regthoek van de uyterste gelyk is aan 't Quadraat van de middelste; So sullen die drie regte Proportionaal zyn.*



DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

Maakt van de twe uyterste den regthoek A C. en op de middelste het Quadraat G E. Dese hebben den hoek A gelyk aan G. en

de zyden om die hoeken wederkerig Proportionaal; Namelyk

AB —— HG == GF / AD.

Ergo zyn die regthoek en Quadraat aan malkanderen gelyk. a

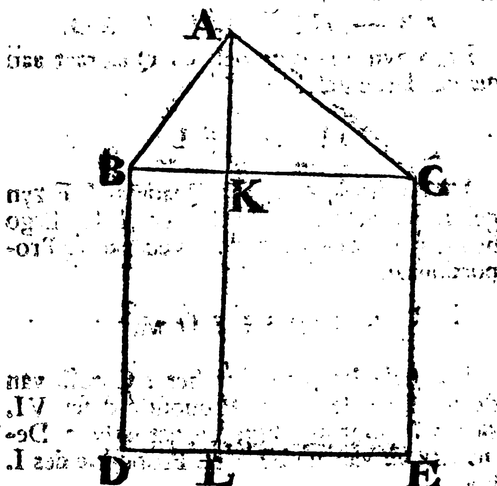
a 14. VI.

II. DEEL.

De regthoek A C en 't Quadraat G E zyn gelyk, en hebben de hoek A gelyk G: Ergo hebben sy a ook de zyden wederkerig Proportionaal.

SCHOLIUM.

Uyt dese Propositie en het 2 Coroll. van de voorgaande VIII. Propositie, deses VI. Boeks, volgt een ligte en natuerlyke Demonstratie van de XLVII. Propositie des I. Boeks.



DEMONSTRATIE.

Maakt op BC het Quadraat BE. en trekt uyt A de linie AL Parallel aan BD of CE.

Dan zyn de linien BC. AC. CK Proportionaal door 2 Cor. 8. VI.

Ergo is den regthoek BC. CK. dat is den regthoek ECK gelyk aan 't Quadraat AC. a a 17. VI.

Daar nae zyn van gelyken de linien BC. BA. BK Proportionaal door 2 Cor. 8. VI.

Ergo is den regthoek BC. BK, dat is den regthoek DBK gelyk aan 't Quadraat AB.

So is dan

Den regthoek EK gelyk aan 't Quadraat AC.

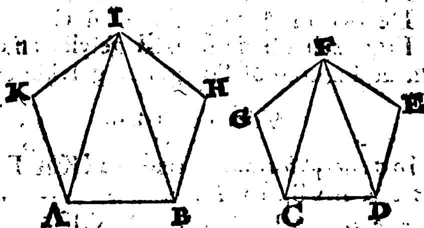
Den regthoek DK gelyk aan 't Quadraat AB.

De onderste by de bovenste by gedaan,

Ergo de twe regthoeken EK en DK te samen dat is het Quadraat BE gelyk aan de twe Quadraten AB en AC te zamen.

PROPOSITIE XVIII.

Probl. 6. *Op een gegeve regte linie* AB *een veelzydige Figuer (of Polygoon) te beschryven, de welke gelykformig sy met een voorgegeve veelzydige Figuer* CDEFG.



CONSTRUCTIE.

1. Deelt de Polygoon CDEFG met de regte linien FC, ED in Triangels.

2. Maakt op A B den hoek B A I gelyk aan D C F en A B I gelyk aan C D F: So zal derde A I B [a] gelyk zyn aan de derde C F D; en by gevolg is den Triangel A I B gelykformig met C F D. [a] Schol. 13. I.

3. En op de zelfde manier maakt op de linien I A. I B de Triangels I K A. I H B gelykhoekig, en by gevolg ook gelykformig met de Triangels F G C. F E D.

Ik zegge dat A B H I K is de begeerde veelzydige Figuer.

DEMONSTRATIE.

Voor de hoeken.

Men siet ligtelyk uyt de Constructie, dat de hoeken van de eene Figuer gelyk zyn; Namelyk K aan G.

De drie in I aan de drie in F.

De twe in B aan de twe in D.

De twe in A aan de twe in C.

Ergo zyn alle de hoeken gelyk, en daarom de Figuren of Polygonen gelykhoekig.

Voor de zyden.

In de gelykformige Triangels I K A. F G C. als ook I A B. F C D. is

K A — A I ═ G C / C F.
A I — A B ═ C F / C D. } 4. VI.

Ergo door de 22. V.

K A — A B ═ G C / C D.

Daar na wederom in de gelykformige Triangels IAB. FCD en IBH. FDE.

AB — BI == CD / DF.
BI — BH == DF / DE. } 4. VI.

Ergo door de 22. V.

AB — BH == CD / DE.

En op de zelfde manier demonstreert men dat de zyden om de andere hoeken staande ook Proportionaal zyn.

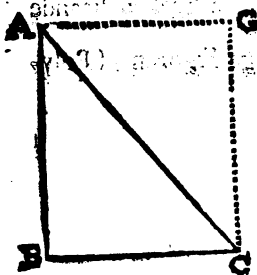
Ergo zyn die veelzydige Figuren of Polygonen gelykformig.

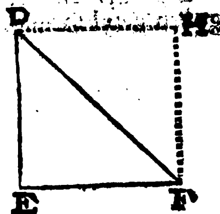


PRO.

PROPOSITIE XIX.

De gelykformige Triangels ABC. DEF. *zyn tot malkanderen in de verdubbelde Rede van haren even eens staande zyden* BC. EF: *dat is, de Triangels staan tot malkanderen, als de Quadraten van* BC. EF. Theor. 13.





DEMONSTRATIE.

AB a —— DE ═══ BC / EF.
BC —— EF ═══ BC / EF. } Multipl. a 4. VI.

Regthoek b —— regthoek ═══ Quadr. / Qua. b 4. VI.
BG EH BC EF.

c En daarom; genomen zynde de helften c Schol. 15. V.
van de regthoeken BG en EH; is

Daar na wederom in de gelykformige Triangels IAB. FCD en IBH. FDE.

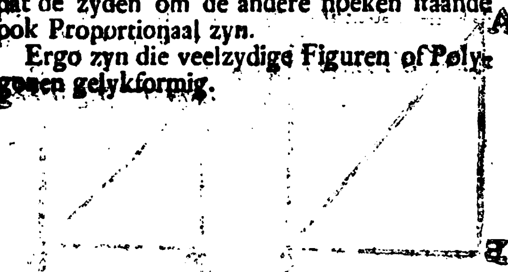
AB — BI == CD / DF }
BI — BH == DF / DE } 4. VI.

Ergo door de 22. V.

AB — BH == CD / DE.

En op de zelfde manier demonstreert men dat de zyden om de andere hoeken staande ook Proportionaal zyn.

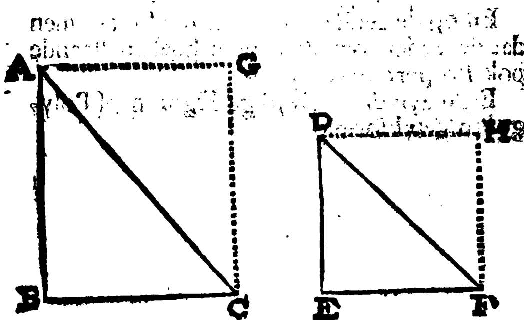
Ergo zyn die veelzydige Figuren of Polygonen gelykformig.



PRO-

PROPOSITIE XIX.

De gelykformige Triangels ABC. DEF. zyn tot malkanderen in de verdubbelde Rede van haren even eens staande zyden BC. EF: dat is, de Triangels staan tot malkanderen, als de Quadraten van BC. EF. Theor. 13.



DEMONSTRATIE.

AB[a] —— DE ═══ BC / EF.
BC —— EF ═══ BC / EF. } Multipl. [a] 4. VI.

Regthoek[b] BG —— regthoek EH ═══ Quadr. BC / Quà. EF. [b] 4. VI.

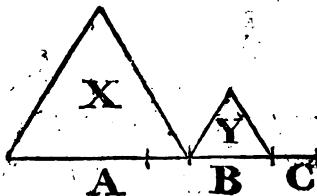
[c] En daarom ; genomen zynde de helften van de regthoeken BG en EH; is [c] Schol. 15. V.

Den Triang. — den Triang. = Quad. / Quad.
ABC. DEF. BC EF.

NB. Het is evenveel of de hoeken B en E regt zyn of niet, om dat men altyt de zyden AB. DE. zo zy niet Perpendiculaar zyn, als zodanig considereren kan.

COROLLARIUM.

Als drie linien A. B. C. Proportionaal zyn, zo zal de Triangel X op de eerste tot de Triangel Y op de twede, en met X gelykformig deselve Reden hebben als de eerste Proportionaal A tot de derde C.



DEMONSTRATIE.

De drie linien A. B. C. zyn Proportionaal.

Ergo

a 19. Def. V. A[a] —— C = 't Quadr. A / Quadraat B.

Maar ook

b 19. V. X[b] —— Y = 't Quadr. A / Quadraat B.

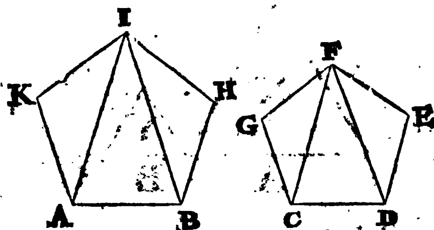
X —— Y = A / C.

PRO-

PROPOSITIE XX.

1. *De gelykformige veelzydige regtlinische Figuren (of Polygonen)* ABHIK. CDEFG. *worden gedeylt in even veel Triangels, die een yder met zyn over-eenkomende gelykformig zyn; en ook in deselve Reden als de gehele veelzydige Figuren tot malkanderen hebben.* Theor. 14.

2. *De veelzydige Figuren hebben tot malkanderen de verdubbelde Reden van haare even eens stemmde zyden* AB. CD. *Dat is, sy hebben de Reden als de Quadraten* AB. CD.



DEMONSTRATIE.

Trekt IA. IB. en FC, FD: So zullen beyde de Figuren in Triangels verdeylt zyn.

Dat dese nu aan beyde kanten even veel zyn, blykt uyt het Schol. 13. I. om dat namelyk beyde de Figuren evenveel zyden hebben.

Dat nu die Triangels gelykformig zyn, blykt op deze manier.

In de Triangels IKA. FGC. is

Den hoek K gelyk G. en de zyden om dezelve staande Proportionaal.

a 6. VI. Ergo is den Triangel [a] IKA gelykhoekig b 4. VI. en [b] gelykformig met FGC.

Op de zelfde manier in de Triangels IHB. FED. is

Den hoek H gelyk E. en de zyden daarom staende Proportionaal.

Ergo is den Triangel IHB [a] gelykhoekig en [b] gelykformig met FED.

Daar na

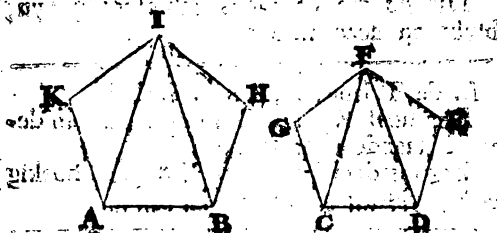
Den hoek KAB gelyk GCD.
Den hoek KAI gelyk GCF.
De onderste van de bovenste afgetrocken.

Blyft den hoek IAB gelyk FCD.
Op dezelve manier IBA gelyk FDC.

Ergo is de derde AIB gelyk CFD.

En daarom den Triangel IAB gelykhoekig en gelykformig met FCD.

Dat nu verder yder Triangel in de eerste Figuer tot zyne over-een-komende Triangel in de twede Figuer dezelve Reden heeft, als de gehele eerste Figuer tot de gehele twede; zal klaar blyken in het volgende.



II. DEEL.

De Triangels I A B, F C D zyn bewesen gelykformig te zyn.

Ergo c I A —— F C ═ A B / C D. c 4. VI.

En I B —— F D ═ A B / C D.

Daar na de

Triangel I K A d —— Triangel F G C. d 19. IV.
═ Quadr. I A / Quadr. F C.

Of Quadr. A B / Quadr. C D.

Triangel I A B —— Triangel F C D.
═ Quadr. A B / Quadr. C D.

Triangel I H B —— Triangel F E D.
═ Quadr. I B / Quadr. F D.

Of Quadr. A B / Quadr. C D.

Ergo e zyn alle de Triangels van de eene veelzydige Figuer tot alle de Triangels van de andere Figuer gelyk de Quadraten van de e 1. V.

even

even eens ſtaande zyde A B. C D. tot malkanderen zyn.

Maar alle de Triangels van yder Figuer te zamen, maaken de gehele Figuren uyt.

Ergo zyn de veelzydige Figuren zelfs in verdubbelde Reden van de even eens ſtaande zyden A B. C D. of gelyk de Quadraten A B. C D. ſig tot malkanderen hebben.

Dewyl nu yder Triangel van de eene Figuer tot yder Triangel van de andere Figuer zig ook heeft als het Quadraat A B. tot de Quadraat C D: So blykt dat de Triangels zig tot malkanderen hebben, als de gehele veelzydige Figuren.

Dat gedemonſtreert moeſte worden.

COROLLARIUM.

So drie regte linien Proportionaal zyn: So zal de veelzydige Figuer op de eerſte tot de veelzydige Figuer op de twede met de voorgaande gelykformig zynde dezelve Reden hebben, als de eerſte Proportionaal tot de derde.

DEMONSTRATIE.

Deſe is byna deſelfde met die van het Corollarium der voorgaande Propoſitie.

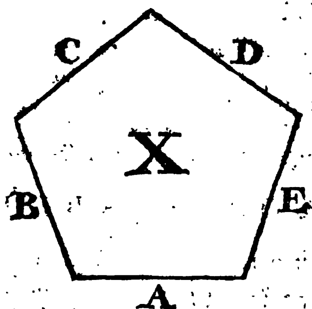
SCHOLIUM.

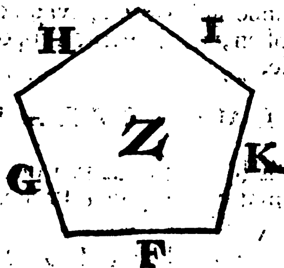
Met grote ligtigheyt kan men hier by voegen en bewyſen het volgende.

THEO-

THEOREMA.

De omtrecken ABCDE. FGHIK van de gelykformige veelzydige Figuren X en Z hebben tot malkanderen de zelfde Reden als de even eens staande zyden A en F.





DEMONSTRATIE.

A — F = A / F.
B — G = A / F.
C — H = B / G.
Of A / F.
D — I = C / H.
Of A / F.
E — K = D / L.
Of A / F.

Def. 1. VI.

Ergo sal door de 1. V.

De Som van de voorgaande A B C D E te samen, dat is de omtrek van X.

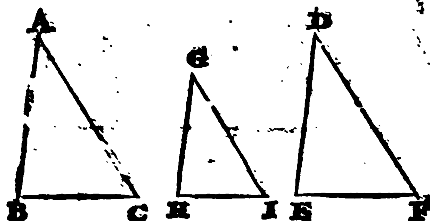
Sig hebben tot de Som van de volgende F G H I K te samen, dat is de omtrek van Z.

Gelyk A fig heeft tot B.

Dat te bewysen was.

PROPOSITIE XXI.

Theor. 15. *So de Figuren* A B C, G H L *aan een selfde Figuer* D E F, *gelykformig zyn; So sullen sy ook aan malkanderen gelykformig zyn.*



DEMONSTRATIE

Hoek A gelyk aan D gelyk aan G.
Hoek B gelyk aan E gelyk aan H.
Hoek C gelyk aan F gelyk aan I.

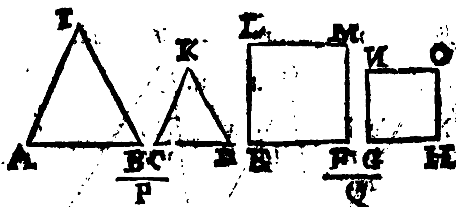
Ergo zyn de Figuren ABC. GHI. gelykhoekig, en hebben de zyden om de gelyke hoeken Proportionaal: om dat deselve Proportionaal zyn aan de zyden van de Figuer DEF: Waar uyt nu volgt dat die Figuren aan malkanderen gelykformig zyn. a

a 1. Def. VI.

PROPOSITIE XXII.

1. *Sa de vier regte linien* AB. CD. EF. GH. *Proportionaal zyn; Sa sullen de gelykformige Figuren* AIB. CDK. *en* LF. NH. *op deselve beschreven, ook Proportionaal zyn.* Theor. 16.

2. *En zo de gelykformige Figuren op die linien beschreven Proportionaal zyn; So sullen de regte linien Proportionaal zyn.*



DE-

DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

Is gegeven AB — CD ═ EF / GH.
Den Triangel ABI — Triangel CDK
a 19. VI. in verdubbelde a Reden van AB / CD.
dat is van EF / GH.
b 12. VI. Maar 't Quadraat b LF — 't Quadr. NH.
ook in verdubbelde Reden van EF / GH.

c 11. V. Ergo. c

Triangel ABI — Triangel CDK
═ 't Quadraat LF / Quadr. NH.

II. DEEL.

Nu is gegeven.

Triangel ABI — Triangel CDK
═ 't Quadraat LF / 't Quadr. NH.
De zyde AB — zyde CD in omgekeerde verdubbelde Reden van den Triangel ABI / Triangel CDK.
Dat is van 't Quadraat LF / Quadr. NH.

Maar ook.

De zyde EF — zyde GH ook in omgekeerde verdubbelde Reden van 't Quadr. LF / Quadraat NH.

Ergo

Ergo 11. V.

AB —— CD ═══ EF / GH.

ANDERE DEMONSTRATIE.

Soekt tot de twe eerste AB. CD. de derde Proportionaal P.

En tot de twe laatste EF. GH. de derde Proportionaal Q.

I. DEEL.

AB —— CD ═══ EF / GH.

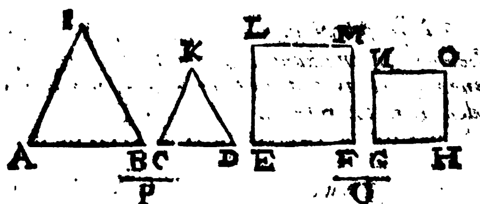
Of

CD —— P ═══ GH / Q.

So is door de Reden in gelykheyt 22. V.

AB —— P ═══ EF / Q.

Dat is door 't Corol. 19. en 20. VI.
Triangel ABI —— Triangel CDK
═══ 't Quadraet LF / 't Quadraet NH.



II. DEEL.

Triangel ABI —— Triangel CDK
═══ 't Quadraat LF / Quadraat NH.

Dat is door 't Corol. 19. en 20. VI.

AB ⊥ P ═══ EF —/ Q.

En omkerende de twede Proportie van 't I. Deel.

P ⊥ CD ═══ Q / GH.

So is door Reden in gelykheyt 22. V.

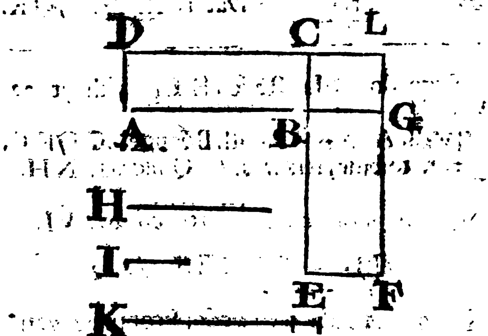
AB —— CD ═══ EF / GH.

Dat te bewysen was.

PRO-

PROPOSITIE XXIII.

De gelykhoekige Parallelograms A C. B F. *hebben tot malkanderen een Reden die t' samen gestelt is uyt de twee Redens van de zyden* A B *tot* B G *en* C B *tot* B E. Theor. 17.



DEMONSTRATIE.

Stelt A B — B G = H na believen / I.
En C B — B E = I / K.

So zal de Reden van H tot K gecomponeert of zamen geset zyn uyt de twee Redens A B — B G en C B — B E: Besiet 't geseyde over de 5. Def. VI.

Waarom moet gedemonstreert worden: dat is 't Parall.

AC —— 't Parall. BF ═══ H / K.

't Welk op deze manier getoont word.

Parallel. AC —— Parallel. BL
═══ Basis AB / Basis BG

Dat is ═══ H / I.

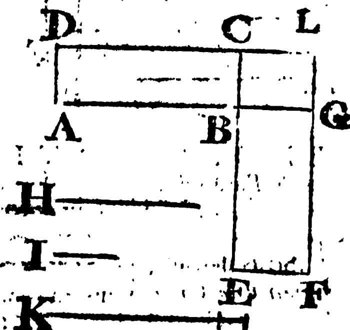
Parallel. BL —— Parallel. BF
═══ Basis CB / Basis CF.

Dat is ═══ I / K.

Ergo door de Reden in gelykheyt 22. V.

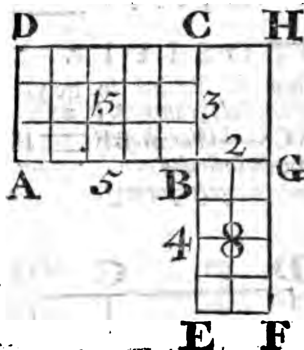
Parall. AC —— Parall. BF ═══ H / K.

Dat te bewysen was.



SCHOLIUM.

Indien de Parallelograms AC. BF. regthoekig gestelt worden, kan men de Propositie met meerder ligtigheyt en minder toestel bewysen op dese volgende manier.



Laat van 't Parallel AC zyn de zyde

AB	———	5.
BC	———	3.
So is den inhout	———	15.

Daar na van 't Parall. BF de zyde

BG	———	2.
BE	———	4.
So is den inhout	———	8.

Ergo is

Het Par. AC —— 't Par. CF == 15 / 8.

 Maar

Maar

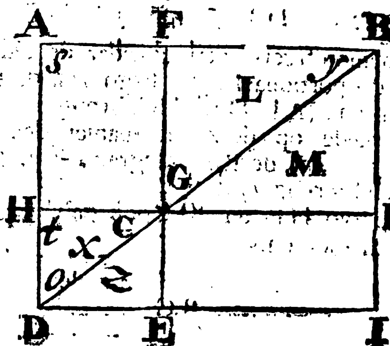
De Reden die uyt de twe Redens 5 tot 2, en 3 tot 4 gecomponeert of samen gesets is, is ook gelyk aan de Reden van 15 tot 8. a Def. 5. VI.

Ergo is de Reden van 't Parallel: AC tot 't Parallel: BF zamen geset uyt de twe Redens 5 tot 2. en 3 tot 4.

PROPOSITIE XXIV.

Theor. 18.

In alle Parallelograms AI. *zyn de Parallelograms* FK. HE. *die om den Diameter staan, en aan 't geheel Parallelogram* AC. *en aan malkanderen gelykformig.*



DE

DEMONSTRATIE.

In de Triangels D A B en X. is
Den hoek O gemeyn.
S gelyk aan T,
Y gelyk aan C. a — a 29. I.

Ergo zyn die Triangels D A B en X gelykhoekig en gelykformig. b — b 4. IV.

En op dezelve manier toont men dat de Triangels D I B en Z gelykformig zyn. Daarom

AD — DB ═ HD / DG.
DB — DI ═ DG / DE.

So is door de Reden in gelykheyt 22. V.

AD — DI ═ HD / DE.

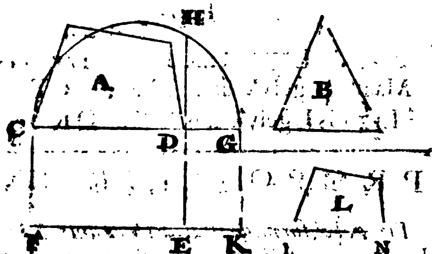
So demonstreert men ook dat de andere zyden Proportionaal zyn: Ergo zyn de Parallelograms AI. HE gelykformig.

Als mede op de zelfde manier demonstreert men dat de Parallelograms AI. FK ook gelykformig zyn.

Ergo zyn HE en FH ook gelykformig aan malkanderen. c — c 21. VI.

PROPOSITIE XXV.

Probl. 7. *Een regtlinische Figuer L te maken, die gelykformig zy, en op de selfde manier gestelt met een voorgegeve regtlinische Figuer A, en ook gelyk aan een andere voorgegeve Figuer B.*



CONSTRUCTIE.

a 45. I. 1. Op de zyde [a] CD van de Figuer A maakt de regthoek CE gelyk aan A.

b 44. I. 2. Op DE maakt DK gelyk aan B. [b]

3. Soekt tusschen CD en DG de middel
c 31. VI. Proportionaal DH. [c]

4. Op DH. of zyns gelyk IN maakt een
d 18. VI. regtlinische Figuer L. gelykformig aan A. [d]

Ik zegge dat dese L zal zyn de begeerde regtlinische Figuer.

DEMONSTRATIE.

Door de Constructie zyn de drie linien CD. IN. DG Proportionaal. Ergo

CD[c] DG = A / L. c Cor. 20. VI.

Maar

CD[d] — DG = Par. CE / Par. DK. d 1. VI.

Ergo

A[e] — L = Par. CE / Par. DK. e 11. V.

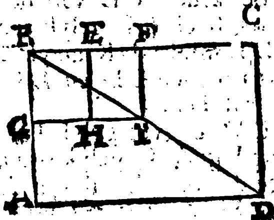
Maar A gelyk aan 't Parall. CE.

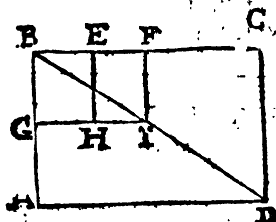
[f] Ergo is L gelyk aan 't Par. DK gelyk B. f 14. V.

PROPOSITIE XXVI.

De gelykformige Parallelograms A C. G F. *die een en selfden hoek* B *gemeyn hebben, sullen ook om den selfden Diameter* B D *staan.* Theor. 13.

De omgekeerde van de voorgaande XXIV.





DEMONSTRATIE.

So ontkent word dat den Diameter BD door I door gaat, laat gestelt worden dat sy gaat door 't punct H.

Trekt HE Parallel aan AB: So is

a 42. VI. BA a —— AD ═══ BG / GH.

Maar

b Door de Prop. BA b —— AD ═══ BG / GA.

c 7. of 11. VI. Ergo c is GH gelyk aan GI. Het deel aan zyn geheel: Dat vals is.

Ergo gaat den Diameter niet door 't punct H.

Dewyl nu dezelve Demonstratie plaats heeft in alle de puncten van de linie GI. zo lang namelyk als H en I niet te zamen komen, zo volgt vastelyk dat den Diameter door het punct I gaat, en daarom ook dat die

die twe Parallelograms AC. GF om de zelfde Diameter staan.

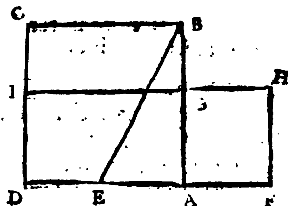
Dat te bewysen was.

PROPOSITIE XXVII. XXVIII. XXIX.

Dese zyn lang, en moeyelyk voor de Leerlingen, en daar by van weynig gebruyk.

PROPOSITIE XXX.

Een voorgegeve regte linie AB *in de uyterste en middelste Reden te snyden in* G. Probl. 10.



CON-

CONSTRUCTIE.

a 11. II. Deylt A B[a] in G, dat de regthoek begrepen van de gehele A B en 't kleynste deel B G. zy gelyk aan 't Quadraat van 't grootste deel A G.

Ik zegge dat de linie A B naa de begeerde Reden in G gesneden is,

DEMONSTRATIE.

De regthoek A B. B G. is gelyk de regthoek A G. A G.

Ergo zyn door de 17. VI.

De zyden wederkerig Proportionaal.

Dat is

A B — A G — A G / B G.

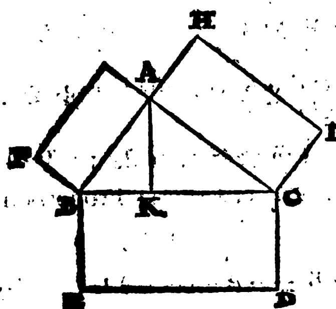
b 3. Def. VI. Ergo [b] is de linie A B in de uyterste en middelste Reden gesneden.

Dat te doen was.

PRO-

PROPOSITIE XXXI.

So op de zyden van een regthoekige Triangel BAC naa believen gelykformige Figuren beschreven worden: So sal de Figuer, die tegen de regten hoek A overstaat gelyk zyn aan de twe andere te samen genomen. Theor. 26.



DEMONSTRATIE.

De Figuren op AB. AC. BC worden gestelt gelykformig te zyn: Ergo staan sy tot malkanderen als de Quadraten van AB. AC. BC. a a 20. VI.

Maar dese Quadraten staan zodanig tot malkanderen: dat het Quadraat van BC gelyk is aan de twe Quadraten van AB en AC te samen. b b 47. I.

Ergo

Ergo is ook de Figuer op B gelyk aan de twe Figuren op A B. A C te samen.

SCHOLIUM I.

Het geen in de 47. Propositie van 't I. Boek bysonder bepaalt word alleen tot de Quadraten: word hier algemeyn uytgebreyt en overgebragt tot allerley soorten van gelykformige Figuren: So dat deze Propositie ook de 47. I. in zig bevat, dewyl de Quadraten ook gelykformige Figuren zyn.

SCHOLIUM II.

Men kan deze Propositie ook op de volgende wyse demonstreren.

Getrocken zynde de Perpendiculaar A K, zo zyn BC. AC. CK en BC. BA. BK. Proportionaal door 't 2 Cor. 8. VI.

Daarom door 't Corol. 20. VI. omgekeert
CK —— BC ═══ Fig. op A C / Fig. op BC.

En

BK —— BC ═══ Fig. op A B / Fig. op BC.

---

e 2. V. BK[e] met CK —— BC ═══

te samen {Fig. op A C met} Fig. op
{Fig. op A B samen} BC.

Maar BK met KC te zamen zyn gelyk aan BC.

Ergo is de Figuer op A C met de Figuer op A B te zamen ook gelyk aan de Figuer op B C.

Uyt

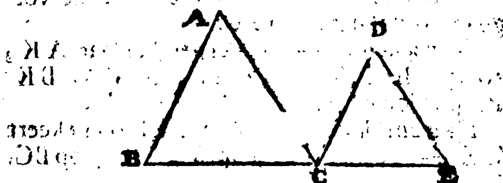
Uyt welke Demonstratie blykt.

Indien de Figuren Quadraten zyn, dat het is de 47. Propositie I.

Maar indien zy gelykformige Figuren zyn, dat het is dese 31. VI.

PROPOSITIE XXXII.

So twee Triangels ABC. DCE *aan den hoek* C *te samen gevoegt zynde, de twee zyden* BA. AC *Parallel hebben aan de zyden* CD. DE: *en de zyden om de hoeken* A *en* D *Proportionaal; So zullen de overige zyden* BC. CE *eene regte linie* BE *maken.* Theor. 21.



DEMONSTRATIE.

Den hoek A is gelyk aan ACD wegens de Parallelen AB. DC. a a 29. I.

Den hoek D is gelyk aan ACD wegens de Parallelen AC. DC. a

Ergo is den hoek A gelyk aan D.

En om dat de zyden om die hoeken A en D Proportionaal zyn: So zal den Triangel

gel A B C gelykhoekig zyn met den Triangel D C E. b

b 6. IV.

En daarom den hoek A B C gelyk D C E.
A gelyk A C D.
} Addeert.

So zyn de hoeken A en A B C gelyk A C E.
A C B gelyk A C B.
} Addeert.

So zyn de drie hoeken A B C. A. A C B gelyk aan de twe A C B en A C E

Maar de drie hoeken A B C. A. A C B zyn gelyk twe regten. c

c 32. I.

Ergo zyn de twe hoeken A C B. A C E ook gelyk twe regten.

En daarom zullen de twe zyden B C. C E. eene zelve regte linie maken. d

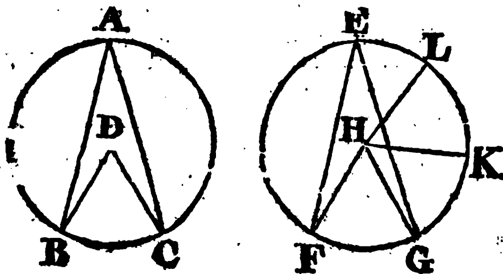
d 42. I.

PRO-

PROPOSITIE XXXIII.

1. *In gelyke Cirkels hebben zo wel de hoeken aan de Circumferentie*, A *en* E. *als aan de Centra*, D. H. *tot malkanderen de zelfde Reden als de Bogen* B C. F G. *daar zy opstaan.* Theor. 23.

2. *Gelyk ook de Sectors of Center-deylers* B C D. F G H *met de Bogen* B C. F G. *de zelfde Reden hebben.*



DEMONSTRATIE.

I. DEEL.

So de hoeken D en H aan de Centra gelyk zyn: zo zullen ook (26. III.) de Bogen B C. F G aan malkanderen gelyk zyn.

Maakt nu den hoek G H K gelyk aan F G H, of den hoek F H K dubbelt van F H G. dat is B D C.

Dan zal wederom den Boge GK (26. III.) gelyk zyn aan FG: en daarom den gehelen Boge FGK het dubbelt van FG of BC.

Indien men nu den hoek FHL maakt drie dubbelt van den hoek FHG of BDG. zal men op dezelve manier Demonstreren dat den Boge FGKC ook drie dubbelt is van den Boge BC.

Ergo besluyten wy in 't algemeyn, zo de hoeken D en H gelyk zyn: dat ook de Bogen BC. FG gelyk zy.

En zo dezelve hoeken ongelyk zyn, dat ook de Bogen ongelyk zyn: en dat volgens alderhande Multiplicatie; Namelyk,

Is H dubbelt van D: zal den Boge FK ook dubbelt zyn van den Boge BC.

Is H drie dubbelt van D: zal den Boge FGKL ook drie dubbelt zyn van den Boge BC: en zo voorts in 't oneyndig:

Het welk het zelfde als of men zegt dat de hoeken met hare Bogen eene en dezelfde Reden hebben.

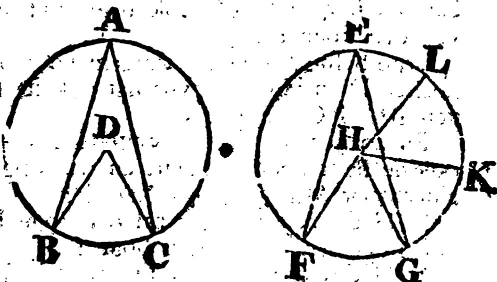
En dewyl de hoeken A en E de helften zyn van de hoeken D en H; zo zullen A en E ook de zelfde Reden hebben met de Bogen BC. FG.

II. DEEL.

Dit kan ligtelyk uyt het eerste bewesen worden.

So van de Sectors DBC. HFG de hoeken G en H gelyk zyn: zullen ook de Bogen BC. FG gelyk zyn: dewyl hu de zy-

den BD, DC gelyk zyn aan HF. HG; sullen, zy op malkanderen gelegt zynde, ook net op malkanderen passen; Ergo zullen de Sectors DBC. HFG gelyk zyn.



Van gelyken; zo den hoek GHK is gelyk aan FHG zullen de Sectors op malkanderen passen; en daarom den Sector GHK gelyk zyn aan den Sector FHG: En by gevolg zal de Sector FHK dubbelt zyn van FHG. of BDC.

Op de zelfde manier; zo den hoek FHL is drie dubbelt van D, zal den Boge FGDL ook drie dubbelt zyn van BC: en by gevolg de Sector FHLKG ook drie dubbelt van den Sector BDC.

En zo voort in 't oneyndig.

Dat te bewysen was.

EYNDE.